

### I- Exercice 1 (6 pts)

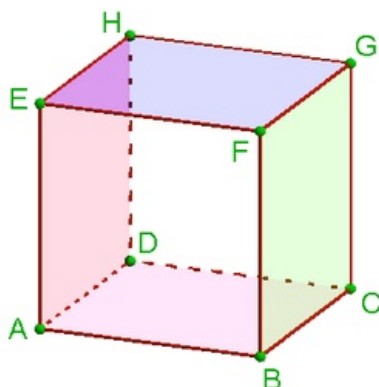
On considère dans l'espace deux points  $A(0; 1; 2)$  et  $B(2; -1; 1)$ , et trois vecteurs  $\vec{u}(1; 0; -2)$ ,  $\vec{v}(1; -1; -3)$  et  $\vec{w}(1; -1; 2)$ .

1. Donner une représentation paramétrique de la droite  $(D)$  qui passe par  $B(2; -1; 1)$  et de vecteur directeur  $\vec{w}(1; -1; 2)$ .
2. Montrer que les deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  ne sont pas colinéaires.
3. Montrer que  $2x - y + z - 1 = 0$  est une équation cartésienne du plan  $(P)$  qui passe par le point  $A$  et de vecteurs directeurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .
4. Montrer que les trois vecteurs  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  ne sont pas coplanaires.
5. En déduire que la droite  $(D)$  perce le plan  $(P)$ , et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

### II- Exercice 2 (3 pts)

Soit  $ABCDEFGH$  un cube, et soient les points  $M$  et  $N$  tels que  $\vec{EM} = \frac{1}{3}\vec{EH}$  et  $\vec{AN} = \frac{1}{3}\vec{AB}$ .

1. Montrer que  $\vec{MN} = \vec{EA} + \frac{1}{3}\vec{DB}$ .
2. Montrer que les vecteurs  $\vec{MN}$ ,  $\vec{EA}$  et  $\vec{AB}$  sont coplanaires.



### III- Exercice 3 (11 pts)

On considère la fonction numérique  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 1}{x^2}$

Soit  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1. Déterminer  $D_f$ .
  2. Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ , et donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.
  3. Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
  4. Montrer que la droite  $(D) : y = x - 2$  est une asymptote oblique à  $(C_f)$  au voisinage de  $+\infty$  et de  $-\infty$ .
  5. Étudier la position relative de  $(C_f)$  par rapport à la droite  $(D)$ .
  6. Montrer que :  $(\forall x \in D_f) f'(x) = \frac{(x-1)(x^2+x+2)}{x^3}$
  7. Montrer que le signe de  $f'(x)$  est celui de  $x(x-1)$ .
  8. Dresser le tableau de variation de  $f$ .
  9. Montrer que :  $(\forall x \in D_f) f''(x) = \frac{6-2x}{x^4}$  (utilisez  $f'(x) = \frac{x^3+x-2}{x^3}$ )
  10. Étudier la concavité de  $(C_f)$ , et montrer que  $(C_f)$  admet un point d'inflexion dont il faut déterminer les coordonnées.
- On admet que  $f(-1) = -1$ ,  $f(-\frac{1}{2}) = \frac{7}{2}$  et  $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$ .
11. Construire  $(C_f)$ .