

I- Exercice 1 (6 pts)

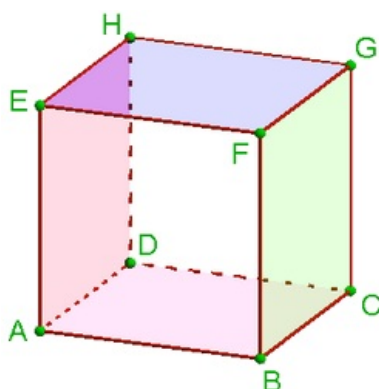
On considère dans l'espace deux points $A(0; 1; 2)$ et $B(2; -1; 1)$, et trois vecteurs $\vec{u}(1; 0; -2)$, $\vec{v}(1; -1; -3)$ et $\vec{w}(1; -1; 2)$.

1. Donner une représentation paramétrique de la droite (D) qui passe par $B(2; -1; 1)$ et de vecteur directeur $\vec{w}(1; -1; 2)$.
2. Montrer que les deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} ne sont pas colinéaires.
3. Montrer que $2x - y + z - 1 = 0$ est une équation cartésienne du plan (P) qui passe par le point A et de vecteurs directeurs \vec{u} et \vec{v} .
4. Montrer que les trois vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} ne sont pas coplanaires.
5. En déduire que la droite (D) perce le plan (P) , et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

II- Exercice 2 (3 pts)

Soit $ABCDEFGH$ un cube, et soient les points M et N tels que $\vec{EM} = \frac{1}{3}\vec{EH}$ et $\vec{AN} = \frac{1}{3}\vec{AB}$.

1. Montrer que $\vec{MN} = \vec{EA} + \frac{1}{3}\vec{DB}$.
2. Montrer que les vecteurs \vec{MN} , \vec{EA} et \vec{AB} sont coplanaires.



III- Exercice 3 (11 pts)

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 1}{x^2}$

Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. Déterminer D_f .
 2. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, et donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.
 3. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 4. Montrer que la droite $(D) : y = x - 2$ est une asymptote oblique à (C_f) au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$.
 5. Étudier la position relative de (C_f) par rapport à la droite (D) .
 6. Montrer que : $(\forall x \in D_f) f'(x) = \frac{(x-1)(x^2+x+2)}{x^3}$
 7. Montrer que le signe de $f'(x)$ est celui de $x(x-1)$.
 8. Dresser le tableau de variation de f .
 9. Montrer que : $(\forall x \in D_f) f''(x) = \frac{6-2x}{x^4}$ (utilisez $f'(x) = \frac{x^3+x-2}{x^3}$)
 10. Étudier la concavité de (C_f) , et montrer que (C_f) admet un point d'inflexion dont il faut déterminer les coordonnées.
- On admet que $f(-1) = -1$, $f(-\frac{1}{2}) = \frac{7}{2}$ et $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$.
11. Construire (C_f) .