AlloSchool

Mathématiques : 1Bac S.Exp – STE – STM

Séance 12 (Géométrie analytique de l'espace)

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

Sommaire

7-5/ Exercice 5

7-6/ Exercice 6

I- Coordonnées d'un point

1-1/ Base et repère de l'espace $(\mathscr{E})$

Vocabulaire

Le triplet $\left(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ s'appelle base de l'espace .

On dit que l'espace $(\mathscr{E})$ est muni (ou rapporté) de la base $\left(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

Le quadruplet $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ s'appelle repère de l'espace.

On dit que l'espace $(\mathscr{E})$ est muni (ou rapporté au) du repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

1-2/ Coordonnées d'un point par rapport un repère – Coordonnées d'un vecteur par rapport une base

Définition

Pour tout point M de l'espace $(\mathscr{E})$ muni du repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, il existe un et un seul triplet $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ tel que : $OM = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$

Le triplet (x, y, z) s'appelle les coordonnées du point M par rapport au repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$

.

On note : $M\,(x, y, z)$ ou $M\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

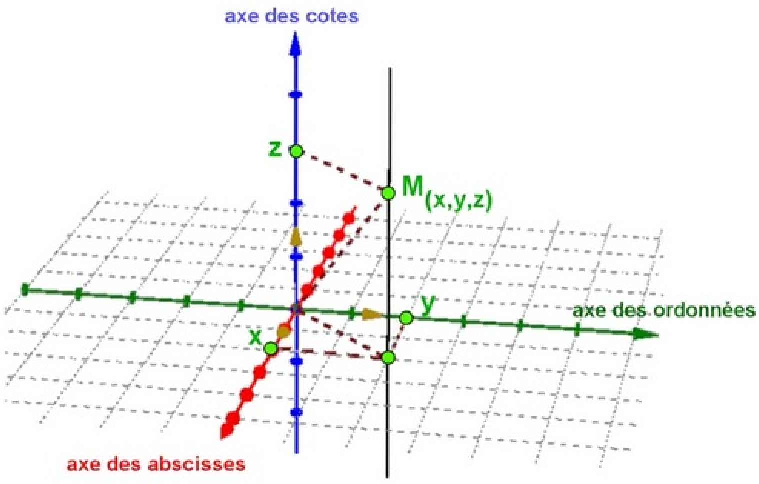
Le triplet (x, y, z) s'appelle aussi les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OM}$ de l'espace $(\mathscr{E})$ par rapport au repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ (ou encore par rapport à la base $\left(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$).

On note : $\overrightarrow{OM}\,(x, y, z)$ ou $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Le nombre réel x s'appelle l'abscisse du point M de l'espace $(\mathscr{E})$ par rapport au repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

Le nombre réel y s'appelle l'ordonné du point M de l'espace $(\mathscr{E})$ par rapport au repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

Le nombre réel z s'appelle la cote du point M de l'espace $(\mathscr{E})$ par rapport au repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.



1-3/ Coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$, $\alpha\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AB}$

Propriété

Soient $\overrightarrow{u}\,(x,y,z)$ et $\overrightarrow{v}\,(x',y',z')$ deux vecteurs et $A(a,b,c)$ et $B(a',b',c')$ deux points de l'espace $(\mathscr{E})$ rapporté au repère $\left(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)$, et I le milieu du segment $[AB]$ et $\alpha\in\mathbb{R}$.

On a :

1) $\left(\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}\right)(x+x',y+y',z+z')$ et $\alpha\overrightarrow{u}\,(\alpha x,\alpha y,\alpha z)$

2) $\overrightarrow{AB}\,(a'-a,b'-b,c'-c)$

3) $I\left(\frac{a+a'}{2},\frac{b+b'}{2},\frac{c+c'}{2}\right)$

II- Deux vecteurs colinéaires - Trois vecteurs coplanaires

2-1/ Conditions de colinéarité de deux vecteurs

Propriété (Rappel)

Soient $\overrightarrow{u}\,(x,y,z)$ et $\overrightarrow{v}\,(x',y',z')$ deux vecteurs de l'espace $(\mathscr{E})$ rapporté au repère $\left(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)$.

$\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires équivaut à il existe $\alpha\in\mathbb{R}$ de tel que $\overrightarrow{v}=\alpha\overrightarrow{u}$ ou $\overrightarrow{u}=\alpha\overrightarrow{v}$.

Déterminants extraites de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$

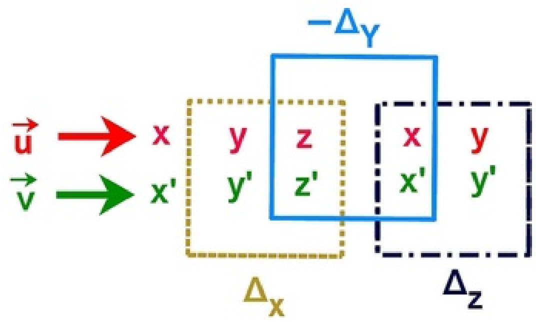
Soient $\overrightarrow{u}\,(x,y,z)$ et $\overrightarrow{v}\,(x',y',z')$ deux vecteurs de l'espace $(\mathscr{E})$ rapporté au repère $\left(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)$.

Les déterminants suivants :

$$\Delta_x=\begin{vmatrix} y & y' \\ z & z' \end{vmatrix}\ ;\ \Delta_y=\begin{vmatrix} x & x' \\ z & z' \end{vmatrix}\ ;\ \Delta_z=\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$$

s'appellent les déterminants extraites de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.

$\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires équivaut à $\Delta_x=\Delta_y=\Delta_z=0$ (les déterminants extraites de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont tous nuls).



2-2/ Condition de coplanarité de trois vecteurs

Déterminant de trois vecteurs de l'espace

Soient $\vec{u}\,(x, y, z)$ et $\vec{v}\,(x', y', z')$ et $\vec{w}\,(x'', y'', z'')$ trois vecteurs de l'espace $(\mathscr{E})$ rapporté au repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

Le nombre :

$$det\left(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right) = \begin{vmatrix} x & x' & x'' \\ y & y' & y'' \\ z & z' & z'' \end{vmatrix} = x\begin{vmatrix} y' & y'' \\ z' & z'' \end{vmatrix} - y\begin{vmatrix} x' & x'' \\ z' & z'' \end{vmatrix} + z\begin{vmatrix} x' & x'' \\ y' & y'' \end{vmatrix}$$

$$det\left(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right) = (xy'z'' - xz'y'') + (-yx'z'' + yz'x'') + (zx'y'' - zy'x'')$$

est appelé déterminant des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $\vec{w}$ dans cet ordre.

Propriété

Soient $\vec{u}\,(x, y, z)$ et $\vec{v}\,(x', y', z')$ et $\vec{w}\,(x'', y'', z'')$ trois vecteurs de l'espace $(\mathscr{E})$ rapporté au repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires si et seulement si $det\left(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right) = 0$.

III- Représentation paramétrique d'une droite de l'espace $(\mathscr{E})$

Définition

Le système $\begin{cases} x = x_0 + t \\ y = y_0 + t \\ z = z_0 + t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ s'appelle représentation paramétrique de la droite

$D\left(A\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}, \vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}\right)$

Remarques

Pour chaque valeur du paramètre t on obtient un point et un seul, et la réciproque est vraie.

Par exemple : la valeur $t = 0$ donne le point $A\,(x_0, y_0, z_0)$.

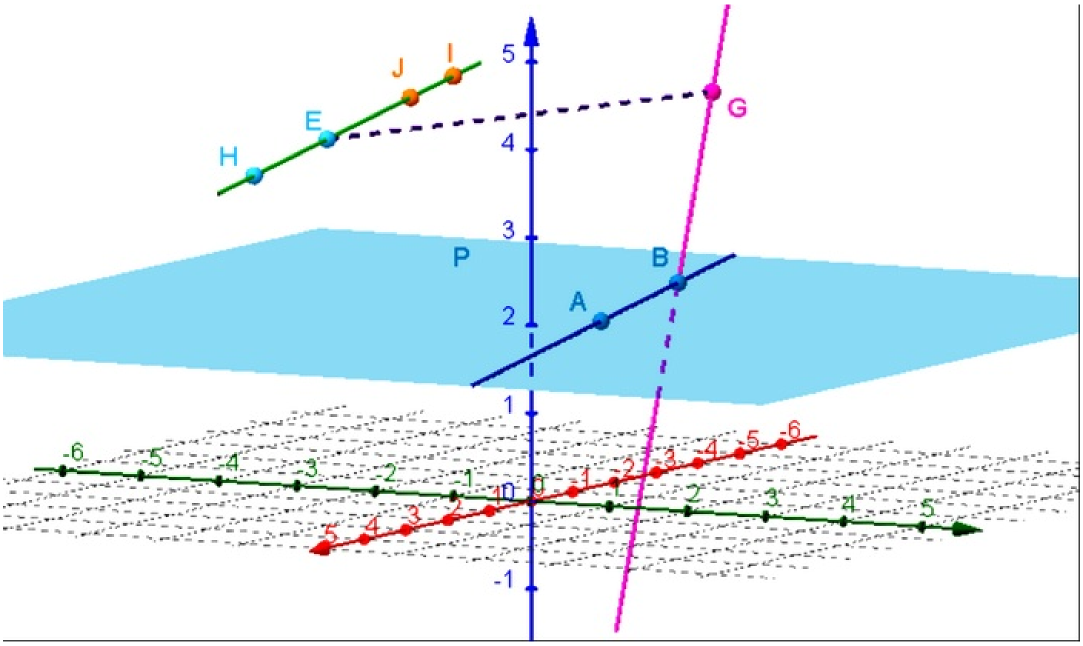
La représentation paramétrique de la droite $D\left(A, \vec{u}\right)$ n'est pas unique, on peut remplacer (x_0, y_0, z_0) par (x_1, y_1, z_1) coordonnées du point B à condition que $B \in D\left(A, \vec{u}\right)$.

IV- Positions relatives de deux droites dans l'espace $(\mathscr{E})$

Activité

On considère dans l'espace $(\mathscr{E})$ rapporté au repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ les droites (AB) et (EH) et (IJ) et (BG).

- Déduire les différentes positions relatives distinctes entre deux droites :



Propriété

$D\left(A, \vec{u}\right)$ et $D'\left(B, \vec{v}\right)$ sont deux droites de l'espace $(\mathscr{E})$ rapporté au repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

1) $(D) = (D') \Leftrightarrow (\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaire et les deux droites ont un point commun).

2) (D) et (D') sont strictement parallèles $\Leftrightarrow (\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaire et les deux droites n'ont pas un point commun).

3) $(D) \cap (D') = \{I\} \Leftrightarrow (\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires et le point I est commun aux deux droites).

4) (D) et (D') sont deux droites non coplanaires $\Leftrightarrow (\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires et les deux droites n'ont pas des points communs) $\Leftrightarrow (\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $\overrightarrow{AB}$ ne sont pas coplanaires) $\Leftrightarrow det\left(\vec{u}, \vec{v}, \overrightarrow{AB}\right) = 0$.

V- Représentation paramétrique d'un plan – Équation cartésienne d'un plan de l'espace $(\mathscr{E})$

5-1/ Représentation paramétrique d'un plan

Définition

Le système $\begin{cases} x = x_0 + \alpha a + \beta a' \\ y = y_0 + \alpha b + \beta b' \\ z = z_0 + \alpha c + \beta c' \end{cases}$; $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^2$ s'appelle représentation paramétrique du plan $P\left(A\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}, \vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, \vec{v}\begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}\right)$ de l'espace $(\mathscr{E})$.

Remarques

Pour chaque valeur du paramètre α et du paramètre β on obtient un point et un seul, et la réciproque est vraie.

La représentation paramétrique du plan $P\left(A, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$ n'est pas unique, on peut remplacer (x_0, y_0, z_0) par (x_1, y_1, z_1) coordonnées du point B à condition que $B \in P\left(A, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$.

5-2/ Équation cartésienne d'un plan de l'espace $(\mathscr{E})$

Définition et propriété

Soit $P\left(A\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}, \overrightarrow{u}\begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}, \overrightarrow{v}\begin{pmatrix} a" \\ b" \\ c" \end{pmatrix}\right)$ un plan de l'espace $(\mathscr{E})$ rapporté au repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$.

Le plan (P) est l'ensemble des points $M(x, y, z)$ de l'espace $(\mathscr{E})$ qui vérifie l'équation :

$$(x - x_0)\Delta_x + (y - y_0)\Delta_y + (z - z_0)\Delta_z = 0$$

avec $a = \Delta_x$ et $b = \Delta_y$ et $c = \Delta_z$ sont les déterminants extraites de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.

L'équation $(x - x_0)\Delta_x + (y - y_0)\Delta_y + (z - z_0)\Delta_z = 0$ s'appelle équation cartésienne du plan $P\left(A, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$.

En générale l'équation s'écrit $P\left(A, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$: $ax + by + cz + d = 0$, avec $a = \Delta_x$ et $b = \Delta_y$ et $c = \Delta_z$ et $d = -x_0\Delta_x + y_0\Delta_y - z_0\Delta_z$ sont des réels et $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$ (au moins un nombre est non nul).

Application

On donne l'équation cartésienne du plan $P\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

<u>Méthode 1 :</u>

$$\begin{aligned} M(x, y, z) \in P\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right) \\ \Leftrightarrow det\left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ y & 0 & 1 \\ z & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \\ \Leftrightarrow x\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - y\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + z\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \\ \Leftrightarrow z = 0 \end{aligned}$$

<u>Méthode 2 :</u>

$$(P)\ :\ ax+by+cz+d=0$$

$$\begin{cases} a=\Delta_x=\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}=0 \\ b=\Delta_y=\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}=0 \ \Rightarrow P\ :\ z+d=0 \\ c=\Delta_z=\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}=1 \end{cases}$$

$$O\left(0,0,0\right)\in(P)\Rightarrow 0+d=0\Rightarrow d=0$$

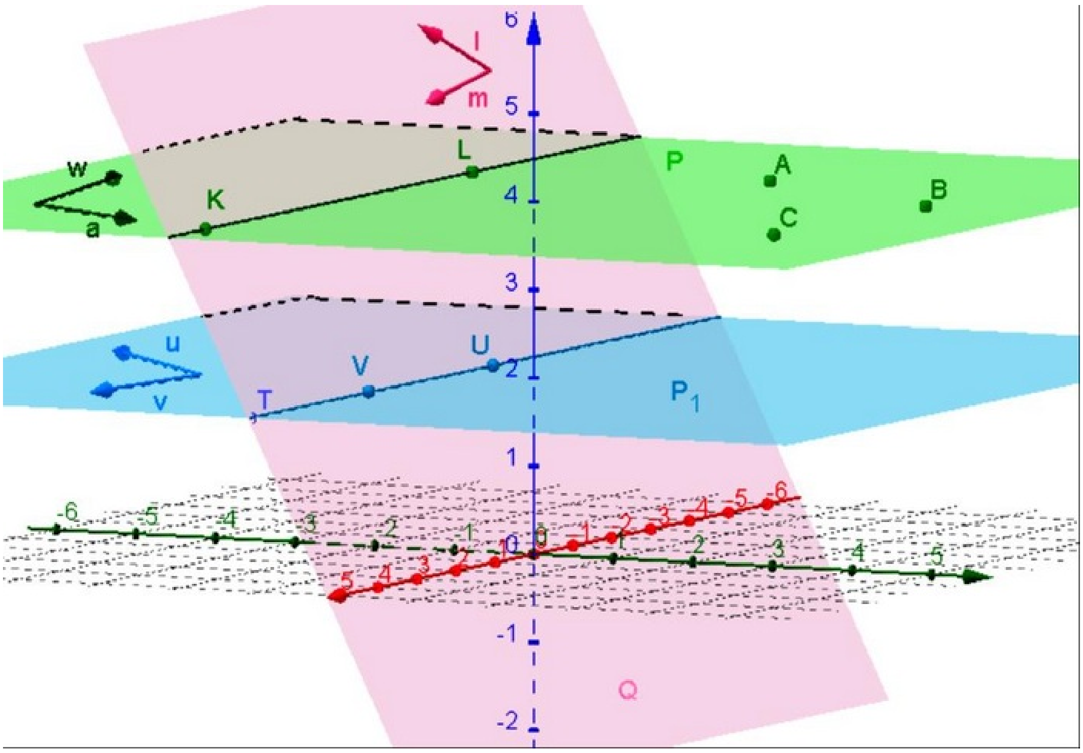
$$\Rightarrow (P)\ :\ z=0$$

5-3/ Positions relatives de deux plans

Activité

On considère dans l'espace $(\mathscr{E})$ rapporté au repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$ les droites (P) et (P_1) et (Q) et (ABC)

Déduire les différentes positions relatives distinctes entre deux plans :



Propriété

$(P) : ax+by+cz+d=0$ et $(P') : a'x+b'y+c'z+d'=0$ sont deux plans del'espace $(\mathscr{E})$ rapporté au repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$.

1) Les 2 plans sont confondues :

$$(P)=(P') \Leftrightarrow a'=ka \text{ et } b'=kb \text{ et } c'=kc \text{ et } d'=kd \text{ et } k\neq 0$$
$$(P)=(P') \Leftrightarrow \frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=\frac{d}{d'}$$

2) Les 2 plans sont strictement parallèles :

$$(P)\cap(P')=\emptyset \Leftrightarrow a'=ka \text{ et } b'=kb \text{ et } c'=kc \text{ et } d'\neq kd \text{ et } k\neq 0$$
$$(P)=(P') \Leftrightarrow \frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'} \text{ et } d'\neq kd$$

3) Les 2 plans sont sécants suivant une droite :

$$(P)\cap(P') = (D) \Leftrightarrow \overrightarrow{u}\,(a,b,c) \text{ et } \overrightarrow{v}\,(a',b',c') \text{ ne sont pas colinéaires}$$

$(P)\cap(P') = (D) \Leftrightarrow$au moins deux des rapports suivants $\frac{a}{a'}$ et $\frac{b}{b'}$ et $\frac{c}{c'}$ ne soient pas égaux.

4) $P\left(A,\overrightarrow{u},\overrightarrow{v}\right)$ et $P'\left(B,\overrightarrow{u'},\overrightarrow{v'}\right)$ sont deux plans sécants$\Leftrightarrow$($\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{u'}$ sont coplanaires, et aussi les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{v'}$)$\Leftrightarrow$ $\left(det\left(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v},\overrightarrow{u'}\right) = 0 \; et \; det\left(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v},\overrightarrow{v'}\right) = 0\right)$.

VI- Système de deux équations cartésiennes d'une droite de l'espace $(\mathscr{E})$

6-1/ Système de deux équations cartésiennes d'une droite

Propriété et définition

Dans l'espace $(\mathscr{E})$ rapporté au repère $\left(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)$, on considère la droite $D\left(A\,(x_0,y_0,z_0),\overrightarrow{u}\,(a,b,c)\right)$.

Un point $M(x,y,z)$ de l'espace $(\mathscr{E})$ appartient à la droite $D\left(A,\overrightarrow{u}\right)$ si et seulement si on a :

- 1er cas : on suppose que les nombres a et b et c sont non nuls :
$\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ s'appelle système de deux équations cartésiennes de la droite $D\left(A,\overrightarrow{u}\right)$.

- 2ème cas : on suppose qu'un nombre seul parmi les nombres a et b et c est nul (on suppose que $a = 0$)

$x - x_0 = 0 \; et \; \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ s'appelle système de deux équations cartésiennes de la droite $D\left(A,\overrightarrow{u}\right)$.

- 3ème cas : on suppose que juste deux nombres parmi les nombres a et b et c sont nuls (on suppose que $a = 0$ et $c = 0$)

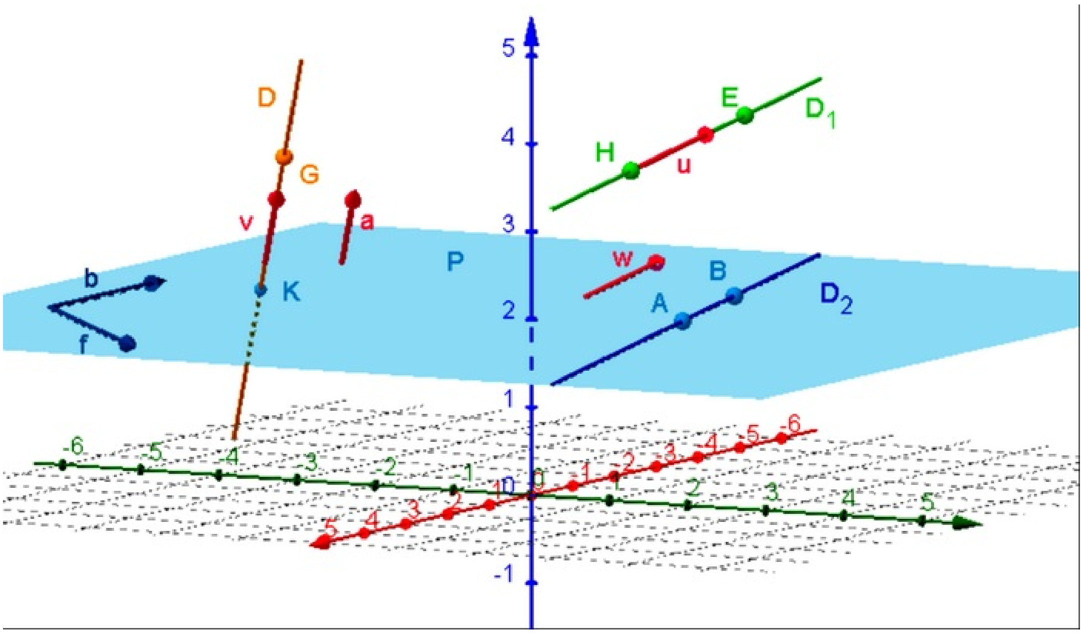
$x - x_0 = 0 \; et \; z - z_0 = 0$ s'appelle système de deux équations cartésiennes de la droite $D\left(A,\overrightarrow{u}\right)$.

6-2/ Positions relatives d'une droite et un plan de l'espace $(\mathscr{E})$

Activité

On considère dans l'espace $(\mathscr{E})$ rapporté au repère $\left(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)$ une droite (D) et un plan (P).

- Déduire les différentes positions relatives distinctes entre le plan et la droite :



Propriété

Soient $D\left(B, \overrightarrow{w}\right)$ une droite et $P\left(A, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$ un plan de l'espace $(\mathscr{E})$ rapporté au repère $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$.

1) La droite (D) est inclue dans le plan (P) $\Leftrightarrow$(les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires et $B \in (P)$)$\Leftrightarrow$ $\left(det\left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}\right) = 0 \; et \; B \in (P)\right)$

2) Le droite (D) est strictement parallèle u plan (P) $\Leftrightarrow$(les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires et $B \notin (P)$)$\Leftrightarrow$ $\left(det\left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}\right) = 0 \; et \; B \notin (P)\right)$.

3) La droite (D) coupe le plan (P) au point A $\Leftrightarrow$(les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ ne sont pas coplanaires)$\Leftrightarrow$ $\left(det\left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}\right) \neq 0\right)$.

VII- Exercices

7-1/ Exercice 1

On considère les vecteurs $\overrightarrow{u}\left(2; 1; 4\right)$, $\overrightarrow{v}\left(1; -1; 1\right)$ et $\overrightarrow{w}\left(1; 2; 3\right)$.

1. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires.

On considère les vecteurs $\overrightarrow{u}\left(1+m; 1; 2m-1\right)$, $\overrightarrow{v}\left(1; -1; 1\right)$ et $\overrightarrow{w}\left(1; 2; 3\right)$.

2. Déterminer m pour que les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ soient coplanaires.

7-2/ Exercice 2

On considère les points $A(1; 2; -1)$, $B(-1; 3; 1)$, $C(5; 0; -5)$ et $E(1; 3; 0)$.

Soit $M(x; y; z)$ un point de l'espace.

1. Montrer que si $M \in (AB)$, alors $(\exists t \in \mathbb{R})$ tel que le système (S) : $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ est une représentation paramétrique de la droite (AB).
2. Montrer que $C \in (AB)$.

3. Le point E appartient-il à la droite (AB) ?

7-3/ Exercice 3

1. Déterminer deux équations cartésiennes de la droite (D) passant par le point $A\left(-1;-2;\frac{1}{3}\right)$ et dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u}\left(-2;\frac{1}{2};1\right)$.

Soit(Δ) une droite définie par ses deux équations cartésiennes suivantes :

$$\frac{2x-1}{3}=\frac{3y-2}{-2}=\frac{z-1}{2}$$

2. Déterminer un vecteur directeur de la droite (Δ) et un point de (Δ).
3. Déduire une représentation paramétrique de la droite (Δ).

7-4/ Exercice 4

On considère les points $A(1;2;3)$, $B(-1;3;1)$ et $C(3;3;-1)$.

1. Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

Soit $M(x;y;z)$ un point de l'espace.

2. Montrer que $M\in(ABC)\Leftrightarrow\left(\exists\,(t;t')\in\mathbb{R}^2\right)\ :\ \begin{cases}x=1-2t+2t'\\y=2+t+t'\\z=3-2t+4t'\end{cases}$ le système est une représentation paramétrique du plan (ABC).
3. En déduire que $M(x;y;z)\in(ABC)\Leftrightarrow x+6y-2z-7=0$.

7-5/ Exercice 5

1. Étudier les positions relatives de la droite (D) et la droite (Δ) dans les cas suivants :

$$1\ \ (D):\begin{cases}x=-2+t\\y=2-2t\\z=4+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\ et\ (\Delta):\begin{cases}x=-1-t'\\y=2t'\\z=1+t'\end{cases}(t'\in\mathbb{R})$$

$$2\ \ (D):\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\\z=2+3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\ et\ (\Delta):\begin{cases}x=2t'\\y=1-t'\\z=3+t'\end{cases}(t'\in\mathbb{R})$$

$$3\ \ (D):\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=2-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\ et\ (\Delta):\begin{cases}x=2t'\\y=1\\z=3-2t'\end{cases}(t'\in\mathbb{R})$$

7-6/ Exercice 6

1. Étudier la position relative de la droite (D) et le plan (P) dans les cas suivants :

$$1\ \ (D):\begin{cases}x=2-4t\\y=-1+2t\\z=3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\ et\ (P)\ :\ 3x+2y+z+1=0$$

$$2\ \ (D):\begin{cases}x=-4+5t\\y=-1-2t\\z=-3+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\ et\ (P)\ :\ x+3y+z+4=0$$