Mathématiques : Tronc Commun Sciences et Technologies

Semestre 2 Devoir 1 Modèle 1

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

I- Exercice 1 (4 pts)

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose :

$$A(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

1. Montrer que : $A(x) = 2\cos(x)$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $A(x) = \sqrt{2}$
3. Résoudre dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$ l'inéquation $A(x) < \sqrt{2}$

II- Exercice 2 (4 pts)

Soit ABC un triangle tels que :

$$AB = \sqrt{3} \text{ et } AC = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2} \text{ et } BC = \sqrt{2} \text{ et } \widehat{BCA} = \frac{\pi}{3}$$

1. Calculer $\sin\left(\widehat{BAC}\right)$, puis déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.
2. Vérifier que $\widehat{ABC} = \frac{5\pi}{12}$
3. Sachant que $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ calculer $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

III- Exercice 3 (12 pts)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $6x^2 - x - 1 = 0$ et $-9x^2 + 12x - 4 = 0$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(6x^2 - x - 1)(-9x^2 + 12x - 4) \geq 0$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $\begin{cases} 2x - 3y = -2 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$
4. En déduire les solutions du système :

$$\begin{cases} \frac{2}{x} - 3y^2 = -2 \\ \frac{-1}{x} + 2y^2 = 3 \end{cases}$$