Mathématiques : 2Bac SMA-SMB

Séance 8-3 : Équations différentielles - Problème de synthèse

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

Sommaire

IV- Problème de synthèse

Soit S l'ensemble des fonctions f définies et dérivables sur $\mathbb{R}$ et qui vérifient la condition suivante :

$$(\forall x \in \mathbb{R}) \; : \; f(x) - x \int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t + \int_0^x t f(t)\,\mathrm{d}t = x$$

On considère l'équation : $(E) \; : \; y" - y = 0$

1. Déterminer la fonction h solution de (E) et dont la courbe passe par le point $A\left(\ln 2; \frac{3}{4}\right)$ et admet une tangente de pente $\frac{5}{4}$ en ce point.

Soit $x \in \mathbb{R}$

2. Calculer $I = \int_0^x t\left(e^t - e^{-t}\right)\mathrm{d}t$ en fonction de x puis conclure que $h \in S$.

Soit f un élément de S.

3. Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) \; : \; f'(x) = 1 + \int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t$
4. Montrer que f est une solution de (E).