AlloSchool

Mathématiques : 2Bac SMA-SMB

Séance 7-2-2 : Calcul intégral - Partie 2 (Exercices)

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

Sommaire

VI- Exercices II

6-1/ Exercice 2-1

On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x)=\int_x^{2x}\frac{dt}{\sqrt{1+t^2+t^4}}$

1. Montrer que la fonction F est impaire.
2. Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}_+^*$, il existe $c\in[x;2x]$ tel que $F(x)=\frac{x}{\sqrt{1+c^2+c^4}}$.
3. En déduire que $\left(\forall x\in\mathbb{R}_+^*\right)\ 0\leq F(x)\leq\frac{1}{x}$, puis en déduire $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)$.
4. Calculer $F'(x)$ pour tout $x\in\mathbb{R}$.

6-2/ Exercice 2-2

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ avec $||\vec{i}||=2cm$ et $||\vec{j}||=4cm$.

1. Calculer l'aire du domaine délimité par les courbes des fonctions f et g définies sur $[e;e^2]$ par :

$$f(x)=\frac{x+1}{x\ln x}\text{ et }g(x)=\frac{1}{\ln x}$$

6-3/ Exercice 2-3

- Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ dans chacun des cas suivants :

$$1\ \ u_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{k^2}{n^2.\sqrt[3]{n^3+k^3}}$$
$$2\ \ u_n=\sum_{k=0}^{n-1}\frac{n+k}{n^2+k^2}$$
$$3\ \ u_n=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{k^3}{\sqrt{\left(n^2+k^2\right)^3}}$$

$4\ u_n = \frac{1}{n\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{k}{\sqrt{n+k}}$

6-4/ Exercice 2-4

Soit f la fonction numérique définie sur $[1;+\infty[$ par : $f\left(x\right) = e^{-\sqrt{x-1}}$

Soit $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ avec : $||\overrightarrow{i}|| = ||\overrightarrow{j}|| = 2cm$

On pose : $(\forall x \in]0;1])\ F\left(x\right) = \int_1^{1+(\ln x)^2} f\left(t\right) \mathrm{d}\, t$

1. Montrer que $(\forall x \in]0;1])\ F'\left(x\right) = 2\ln x$
2. Calculer $F(x)$ pour tout $x \in]0;1]$.

Pour tout $\alpha \geq 1$, on note $S\left(\alpha\right)$ l'aire du domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \alpha$.

3. Montrer que $S\left(\alpha\right) = F\left(f\left(\alpha\right)\right)$ (en unité d'aire)
4. Calculer $S\left(\alpha\right)$ et $\lim\limits_{\alpha \to +\infty} S\left(\alpha\right)$