

Sommaire

III- Exercices I

3-1/ Exercice 1-1

3-2/ Exercice 1-2

3-3/ Exercice 1-3

3-4/ Exercice 1-4

III- Exercices I

3-1/ Exercice 1-1

- Calculer les intégrales suivantes :

$I_1 = \int_0^{\ln 3} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$	$I_6 = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\tan x}{\ln^3(\cos x)} dx$
$I_2 = \int_2^3 (2-x)e^{x^2-4x} dx$	$I_7 = \int_1^3 \left( e^x \ln x + \frac{e^x}{x} \right) dx$
$I_3 = \int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln x)}$	$I_8 = \int_0^1 \frac{(\text{Arc tan } x)^2}{x^2+1} dx$
$I_4 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{(3 \tan x + 2) \cos^2 x}$	$I_9 = \int_0^{\pi} e^x (\sin x + \cos x) dx$
$I_5 = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\tan x}{\ln(\cos x)} dx$	$I_{10} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$

3-2/ Exercice 1-2

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = \frac{1}{(x^2+3x+2)^3}$

1. Déterminer les réels  $a, b, c, d, \alpha$  et  $\beta$  tels que pour tout  $x \in [2; 3]$  :

$$f(x) = \frac{a}{(x+1)^3} + \frac{b}{(x+2)^3} + \frac{c}{(x+1)^2} + \frac{d}{(x+2)^2} + \frac{\alpha}{x+1} + \frac{\beta}{x+2}$$

On considère la suite numérique  $(u_n)$  définie par :  $u_n = \int_0^n f(x) dx$

2. Calculer  $u_n$  en fonction de  $n$  puis montrer que :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \ln(64) - \frac{33}{8}$$

3-3/ Exercice 1-3

- En utilisant la formule d'intégration par parties, calculer les intégrales suivantes :

$$I = \int_0^{\ln a} (1 + e^x) \ln(x + e^x) dx ; \quad (a \in ]1; +\infty[)$$

$$J = \int_{\ln \frac{\pi}{4}}^{\ln \frac{\pi}{2}} e^{2x} \sin(e^x) dx$$

$$K = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$$

$$L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot \ln(1 + \cos x) dx$$

$$M = \int_1^2 \frac{1}{x^3} e^{\frac{1}{x}} dx$$

$$N = \int_0^{2\pi} \frac{\ln(1+x)}{\sqrt{1+x}} dx$$

### 3-4/ Exercice 1-4

- En utilisant la technique de changement de variable, calculer les intégrales suivantes :

$$I = \int_1^3 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx ; \quad (t = \sqrt{x})$$

$$J = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos x}{1-\cos x} dx ; \quad (t = \tan \frac{x}{2})$$

$$K = \int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx ; \quad \left(x = \frac{e^t - e^{-t}}{2}\right)$$

$$L = \int_5^{10} \frac{1+\sqrt{x-1}}{x-2} dx ; \quad (t = \sqrt{x-1})$$

$$M = \int_1^2 \sqrt{x^2-1} dx ; \quad \left(x = \frac{e^t + e^{-t}}{2}\right)$$

$$N = \int_0^{\frac{\pi^2}{9}} \frac{2x}{\cos^2(x^2)} dx ; \quad (x = t^2)$$

$$P = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} ; \quad \left(x = \frac{t^2-1}{2t} \text{ et } t > 0\right)$$

$$R = \int_4^9 \frac{dt}{\sqrt{t}(t-4\sqrt{t}+5)} ; \quad (x = \sqrt{t} - 2)$$