AlloSchool

Mathématiques : 2Bac SMA-SMB

Séance 7-1-2 : Calcul intégral - Partie 1 (Exercices)

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

Sommaire

III- Exercices I

3-1/ Exercice 1-1

- Calculer les intégrales suivantes :

$I_1=\int_0^{\ln 3}\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}\,\mathrm{d}\,x$ $I_2=\int_2^3(2-x)e^{x^2-4x}\,\mathrm{d}\,x$ $I_3=\int_1^e\frac{dx}{x(1+\ln x)}$ $I_4=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{dx}{(3\tan x+2)\cos^2 x}$ $I_5=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\tan x}{\ln(\cos x)}\,\mathrm{d}\,x$	$I_6=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\tan x}{\ln^3(\cos x)}\,\mathrm{d}\,x$ $I_7=\int_1^3\left(e^x\ln x+\frac{e^x}{x}\right)\mathrm{d}\,x$ $I_8=\int_0^1\frac{(Arc\tan x)^2}{x^2+1}\,\mathrm{d}\,x$ $I_9=\int_0^{\pi}e^x(\sin x+\cos x)\,\mathrm{d}\,x$ $I_{10}=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}\,x$

3-2/ Exercice 1-2

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\frac{1}{(x^2+3x+2)^3}$

1. Déterminer les réels a, b, c, d, α et β tels que pour tout $x\in[2;3]$:

$$f(x)=\frac{a}{(x+1)^3}+\frac{b}{(x+2)^3}+\frac{c}{(x+1)^2}+\frac{d}{(x+2)^2}+\frac{\alpha}{x+1}+\frac{\beta}{x+2}$$

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_n=\int_0^n f(x)\,\mathrm{d}\,x$

2. Calculer u_n en fonction de n puis montrer que :

$$\lim_{n\to\infty}u_n=\ln(64)-\frac{33}{8}$$

3-3/ Exercice 1-3

- En utilisant la formule d'intégration par parties, calculer les intégrales suivantes :

$$I=\int_0^{\ln a}(1+e^x)\ln(x+e^x)\,\mathrm{d}\,x \quad ; \quad (a\in]1;+\infty[)$$
$$J=\int_{\ln\frac{\pi}{4}}^{\ln\frac{\pi}{2}} e^{2x}\sin(e^x)\,\mathrm{d}\,x$$
$$K=\int_0^{\sqrt{3}}\frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}\,\mathrm{d}\,x$$
$$L=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.\ln(1+\cos x)\,\mathrm{d}\,x$$
$$M=\int_1^2\frac{1}{x^3}e^{\frac{1}{x}}\,\mathrm{d}\,x$$
$$N=\int_0^{2\pi}\frac{\ln(1+x)}{\sqrt{1+x}}\,\mathrm{d}\,x$$

3-4/ Exercice 1-4

- En utilisant la technique de changement de variable, calculer les intégrales suivantes :

$$I=\int_1^3\frac{\sqrt{x}}{1+x}\,\mathrm{d}\,x\ ;\ \left(t=\sqrt{x}\right)$$
$$J=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+\cos x}{1-\cos x}\,\mathrm{d}\,x\ ;\ \left(t=\tan\frac{x}{2}\right)$$
$$K=\int_0^1\sqrt{1+x^2}\,\mathrm{d}\,x\ ;\ \left(x=\frac{e^t-e^{-t}}{2}\right)$$
$$L=\int_5^{10}\frac{1+\sqrt{x-1}}{x-2}\,\mathrm{d}\,x\ ;\ \left(t=\sqrt{x-1}\right)$$
$$M=\int_1^2\sqrt{x^2-1}\,\mathrm{d}\,x\ ;\ \left(x=\frac{e^t+e^{-t}}{2}\right)$$
$$N=\int_0^{\frac{\pi^2}{9}}\frac{2x}{\cos^2(x^2)}\,\mathrm{d}\,x\ ;\ \left(x=t^2\right)$$
$$P=\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}\ ;\ \left(x=\frac{t^2-1}{2t}\ et\ t>0\right)$$
$$R=\int_4^9\frac{dt}{\sqrt{t}\left(t-4\sqrt{t}+5\right)}\ ;\ \left(x=\sqrt{t}-2\right)$$