Mathématiques : 2Bac SMA-SMB

Séance 6-3 : Nombres complexes - Problème de synthèse

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

Sommaire

XII- Problème de synthèse

XII- Problème de synthèse

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.

On considère l'application r qui à chaque point $M(z)$ du plan, associe le point $M_1(z_1)$ tel que $z_1=\frac{1+i\sqrt{3}}{2}z+\frac{\sqrt{3}+i}{2}$

Et on considère l'application h qui à chaque point $M(z)$ du plan, associe le point $M_2(z_2)$ tel que $z_2=-2z+3i$.

Et on pose : $F=h\circ r$

1. Déterminer la nature de chacune des applications r et h et déterminer les éléments caractéristiques de chacune d'elles.

On considère les points $\Omega\,(i)$ et $A\,(a)$ où a est un nombre complexe différent de i.

On pose $B=F\,(A)$, $C=F\,(B)$ et $D=F\,(C)$.

2. Montrer que si $M'(z')$ est l'image du point $M(z)$ par l'application F, alors $z'-i=2e^{i\frac{4\pi}{3}}\,(z-i)$.
3. Vérifier que Ω est l'unique point invariant par l'application F (c'est-à-dire : $F\,(\Omega)=\Omega$)
4. Déterminer en fonction du nombre a, les nombres complexes b, c et d, affixes respectives des points B, C et D.
5. Montrer que les points Ω, A et D sont alignés.
6. Montrer que Ω est le barycentre du système pondéré $\{(B;4);(C;2);(D;1)\}$.
7. Déterminer l'ensemble des points $A(a)$ pour que le point D appartienne à l'axe réel.