Mathématiques : 2Bac SMA-SMB

Séance 6-3 : Nombres complexes - Problème de synthèse

**Professeur : Mr CHEDDADI Haitam**

Sommaire

XII- Problème de synthèse

---

## XII- Problème de synthèse

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.

On considère l'application $r$ qui à chaque point $M(z)$ du plan, associe le point $M_1(z_1)$ tel que $z_1=\frac{1+i\sqrt{3}}{2}z+\frac{\sqrt{3}+i}{2}$

Et on considère l'application $h$ qui à chaque point $M(z)$ du plan, associe le point $M_2(z_2)$ tel que $z_2=-2z+3i$.

Et on pose : $F=h\circ r$

1. Déterminer la nature de chacune des applications $r$ et $h$ et déterminer les éléments caractéristiques de chacune d'elles.

On considère les points $\Omega\left(i\right)$ et $A\left(a\right)$ où $a$ est un nombre complexe différent de $i$.

On pose $B=F\left(A\right)$, $C=F\left(B\right)$ et $D=F\left(C\right)$.

2. Montrer que si $M'(z')$ est l'image du point $M(z)$ par l'application $F$, alors $z'-i=2e^{i\frac{4\pi}{3}}\left(z-i\right)$.
3. Vérifier que $\Omega$ est l'unique point invariant par l'application $F$ (c'est-à-dire : $F\left(\Omega\right)=\Omega$)
4. Déterminer en fonction du nombre $a$, les nombres complexes $b$, $c$ et $d$, affixes respectives des points $B$, $C$ et $D$.
5. Montrer que les points $\Omega$, $A$ et $D$ sont alignés.
6. Montrer que $\Omega$ est le barycentre du système pondéré $\{(B;4);(C;2);(D;1)\}$.
7. Déterminer l'ensemble des points $A(a)$ pour que le point $D$ appartienne à l'axe réel.