Mathématiques : Tronc Commun Sciences et Technologies

Semestre 1 Devoir 3 Modèle 1

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

I- Exercice 1 (4 pts)

On pose : $A\left(\frac{127\pi}{4}\right)$ et $B\left(-\frac{585\pi}{2}\right)$

1. Déterminer l'abscisse curviligne principale de A et B.
2. Représenter A et B sur le cercle trigonométrique.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose :$C(x) = \cos\left(10\pi + x - \frac{13\pi}{2}\right) - \sin\left(5\pi + x - \frac{\pi}{2}\right)$

3. Simplifier $C(x)$.
4. Calculer $\sin\left(\frac{127\pi}{4}\right)$ et $\cos\left(\frac{-585\pi}{2}\right)$

II- Exercice 2 (4 pts)

Soit $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ et $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{4}$

1. Calculer $\cos(x)$ et $\tan(x)$.

Soit $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ et $\cos x = \frac{-2}{3}$

2. Calculer $\sin(x)$ et $\tan(x)$.

On pose : $\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

3. Calculer $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

III- Exercice 3 (12 pts)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 - 3x + 2 = 0$
2. Déterminer le signe du trinôme $x^2 - 3x + 2$.
3. En déduire les solutions des inéquations $x^2 - 3x + 2 \leq 0$ et $x^2 - 3x + 2 > 0$.

On considère l'équation : $(E)\ :\ 2x^2 - 3x + 1 = 0$

4. Vérifier que l'équation (E) admet deux solutions distincts α et β sans les déterminer.
5. Sachant que $\alpha = \frac{1}{2}$, vérifier que $\beta = 1$.
6. En déduire les solutions de l'équation :
$$\left(x^2 - 3x + 2\right)\left(2x^2 - 3x + 1\right) = 0$$
7. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :
$$\left(x^2 - 3x + 2\right)\left(2x^2 - 3x + 1\right) \geq 0$$

8. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant :

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 5x - 2y = 1 \end{cases}$$

9. En déduire les solutions du système :

$$\begin{cases} 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \\ 5\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 1 \end{cases}$$