

### I- Exercice 1 (7,5 pts)

Soit  $ABC$  un triangle et  $I$  un point tel que  $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ .

1. Vérifier que  $I = \text{bar} \{(C, 3); (A, 1)\}$ .

Soit  $G = \text{bar} \{(A, 1); (B, 1); (C, 3)\}$

2. Montrer que les points  $B$ ,  $G$  et  $I$  sont alignés

Soit  $J = \text{bar} \{(C, 3); (B, 1)\}$ .

3. Montrer que  $\overrightarrow{AG} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AJ}$

4. En déduire l'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = 2$ .

### II- Exercice 2 (12,5 pts)

Soient  $A(-2; 1)$ ,  $B(0; -2)$  et  $C(1; 3)$  des points dans le plan  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  orthonormé direct.

1. Calculer  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  et  $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ .

2. Déduire la nature du triangle  $ABC$ .

3. Calculer  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  et  $\sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ , puis en déduire  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ .

4. Déterminer l'équation de la droite  $(AB)$  et en déduire  $d(C, (AB))$ .

5. Déterminer l'équation cartésienne du cercle  $(C)$  de diamètre  $[AB]$ .

On considère le cercle  $(\mathcal{C})$  d'équation  $(\mathcal{C}) : x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$ .

6. Montrer que  $\Omega(1; 2)$  est le centre du cercle  $(\mathcal{C})$ , et de rayon  $R = 2\sqrt{2}$ .

7. Déterminer une représentation paramétrique du cercle  $(\mathcal{C})$ .

8. Vérifier que le point  $A(-1; 0)$  appartient au cercle  $(\mathcal{C})$ .