AlloSchool

Mathématiques : 1Bac S.Exp – STE – STM

Semestre 1 Devoir 1 Modèle 1

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

I- Exercice 1 (4 pts)

1. Déterminer les propositions parmi les énonces mathématiques suivants, justifier votre réponse :

a- Soit n un entier naturel

b- Il existe un réel x tel que $x^2 = 2$

c- $6 < \frac{25}{4}$

d- Si n est un entier naturel pair, alors n^2 est pair.

On considère la proposition suivante :

$$T : (\forall x \in \mathbb{R}) \ \left[x^2 = 49 \Rightarrow x = 7\right]$$

2. Donner la négation de la proposition T.
3. En déduire que la proposition T est fausse.
4. Recopier et compléter le tableau suivant :

Proposition	Transformer en phrase française	Sa valeur de vérité	Sa négation
$(\forall x \in \mathbb{R}) \ \left[x > -3 \Rightarrow \frac{1}{x} < -\frac{1}{2}\right]$			

II- Exercice 2 (3 pts)

1. Montrer que $\left(\forall x \in \mathbb{R}_+^*\right) \sqrt{4 + x^2} \neq 2 + x$.
2. Montrer que $(\forall x \in \mathbb{N}^*)\ 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

III- Exercice 3 (7 pts)

On considère les fonctions f et g telles que $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ et $g(x) = \sqrt{x - 1}$.

1. Vérifier que $D_f = \mathbb{R}$ et $D_g = \left[1; +\infty\right[$.
2. Montrer que f est majorée par 2.
3. Étudier la monotonie de f et g puis tracer leurs tableaux de variations.
4. Déterminer l'intersection de $(\mathscr{C}_f)$ avec l'axe des abscisses.
5. Déterminer l'intersection de $(\mathscr{C}_g)$ avec l'axe des abscisses.

6. Construire $(\mathscr{C}_f)$ et $(\mathscr{C}_g)$ dans le même repère.
7. Déterminer graphiquement le nombre de solutions d'équation $x^2 = 2x + 1 - \sqrt{x-1}$.

On considère la fonction h tel que $(\forall x \in D_h)\ :\ h(x) = f \circ g(x)$.

8. Déterminer D_h.
9. Vérifier que $(\forall x \in D_h)\ :\ h(x) = 2\sqrt{x-1} - x + 2$.
10. Déterminer la monotonie de h sur D_h.

IV- Exercice 4 (6 pts)

Soient f et g deux fonctions définies par $f(x) = \frac{1}{4}x^3$ et $g(x) = \sqrt{x+2}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f et g.
2. Vérifier que $f(2) = g(2)$, puis interpréter le résultat graphiquement .
3. Dresser le tableau de variations de f et g.
4. Construire les courbes $(\mathscr{C}_f)$ et $(\mathscr{C}_g)$ dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}\,; \vec{j}\right)$.
5. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ pour tout $x \in \left(D_f \cap D_g\right)$.
6. Déterminer graphiquement $g([-1; +\infty[)$.
7. Déterminer l'ensemble de définition $D_{g\circ f}$
8. Calculer $(g \circ f)(x)$ pour tout $x \in D_{g\circ f}$.