

Sommaire

III- Fonction logarithme de base a

3-1/ Définition et propriétés

3-2/ Courbe de la fonction  $\log_a$

3-3/ Logarithme décimal

---

III- Fonction logarithme de base a

3-1/ Définition et propriétés

**Définition 3**

Soit a un réel strictement positif et différent de 1.

La fonction logarithme de base a est la fonction numérique, notée par  $\log_a$ , définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$\log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)}$$

**Remarques**

1- La fonction logarithme de base e est la fonction logarithme népérien car pour tout réel x strictement positif :

$$\log_e(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(e)} = \ln(x)$$

2- On a :  $\log_a(a) = 1$  et  $\log_a(1) = 0$  et  $\log_a(a^r) = r$  pour  $r \in \mathbb{Q}$ .

3- Pour tout  $x \in \mathbb{R}_+^*$  :  $\log'_a(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(a)}$

- Si  $a > 1$ , alors la fonction  $\log_a$  est strictement croissante sur  $]0; +\infty[$ .
- Si  $0 < a < 1$ , alors la fonction  $\log_a$  est strictement décroissante  $]0; +\infty[$ .

**Proposition 10**

Pour tous réels strictement positifs x et y, et pour tout  $r \in \mathbb{Q}$  on a :

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$$

$$\log_a(x^r) = r \cdot \log_a(x)$$

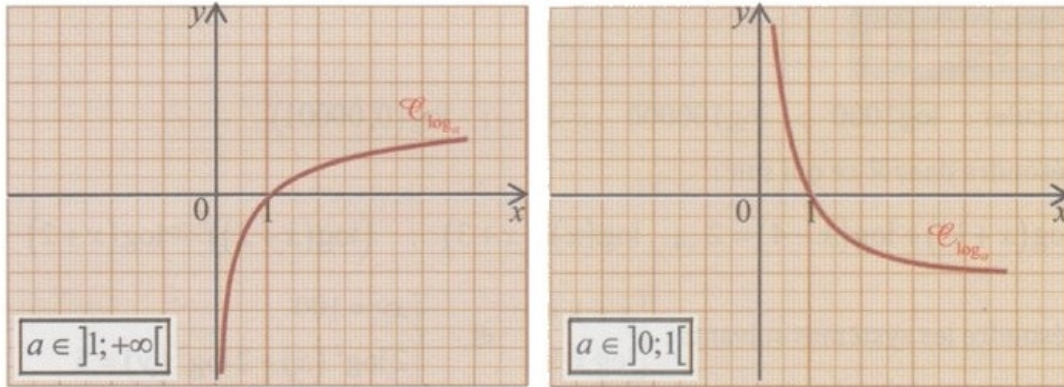
$$\log_a\left(\frac{1}{x}\right) = -\log_a(x)$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$$

Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  et pour tous réels strictement positifs  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , on a :

$$\log_a (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n) = \log_a (x_1) + \log_a (x_2) + \dots + \log_a (x_n)$$

### 3-2/ Courbe de la fonction $\log_a$



### 3-3/ Logarithme décimal

#### Définition 4

La fonction logarithme de base 10 est appelée la fonction logarithme décimal. On la note  $\log$ .

On a alors pour tout  $x \in \mathbb{R}_+^*$  :

$$\log(x) = \log_{10}(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$$