

Sommaire

IV- Théorèmes de Rolle et des accroissements finis

4-1/ Théorèmes de Rolle

4-2/ Théorèmes des accroissements finis

4-3/ Inégalité des accroissements finis

---

IV- Théorèmes de Rolle et des accroissements finis

4-1/ Théorèmes de Rolle

**Théorème 1**

Soit  $a$  et  $b$  deux réels, avec  $a < b$ , et  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction continue sur  $[a, b]$ , dérivable sur  $]a, b[$ , telle que  $f(a) = f(b)$ .

Alors il existe au moins un réel  $c \in ]a, b[$  tel que  $f'(c) = 0$ .

4-2/ Théorèmes des accroissements finis

**Théorème 2**

Soit  $a$  et  $b$  deux réels, avec  $a < b$ , et  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction continue sur  $[a, b]$ , dérivable sur  $]a, b[$ .

Il existe alors au moins un réel  $c \in ]a, b[$  tel que  $f(b) - f(a) = (b - a)f'(c)$

4-3/ Inégalité des accroissements finis

**Théorème 3**

Soit  $a$  et  $b$  deux réels, avec  $a < b$ , et  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction continue sur  $[a, b]$ , dérivable sur  $]a, b[$ .

On suppose qu'il existe deux réels  $m$  et  $M$  tels que pour tout  $x \in ]a, b[ : m \leq f'(x) \leq M$

Alors :  $m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$

**Corollaire**

Soit  $a$  et  $b$  deux réels, avec  $a < b$ , et  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction continue sur  $[a, b]$ , dérivable sur  $]a, b[$ .

On suppose qu'il existe  $k \in \mathbb{R}^*$  tel que pour tout  $x \in ]a, b[ : |f'(x)| \leq k$

Alors pour tout  $(x, y) \in [a, b]^2$ , on a :  $|f(x) - f(y)| \leq k|x - y|$

