AlloSchool

Physique et Chimie : 1ère Année Bac

Séance 6 (Travail et énergie cinétique)

Professeur : Mr EL GOUFIFA Jihad

Sommaire

I- Définition

L'énergie cinétique d'un solide est l'énergie qu'il possède du fait de son mouvement.

L'énergie cinétique se note E_c, c'est un nombre toujours positif qui s'exprime en Joule (J) dans le S.I.

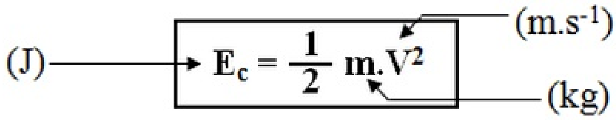
Comme la valeur de la vitesse, l'énergie cinétique dépend du référentiel choisi.

II- Énergie cinétique d'un corps solide

2-1/ Énergie cinétique d'un solide en translation

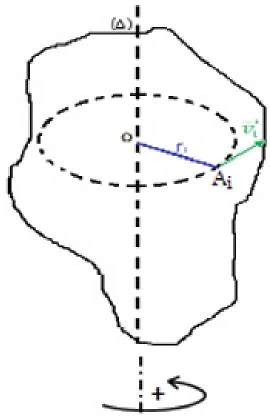
Pour un solide animé d'un mouvement de translation, tous les points du solide ont à chaque instant la même vitesse que le centre d'inertie G.

L'énergie cinétique E_c d'un solide en mouvement de translation est donnée par la relation :



2-2/ Énergie cinétique d'un solide en rotation

Soit un solide indéformable de masse M en mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ) de vitesse angulaire ω :



Chaque point de solide A_i a une masse m_i est une vitesse linéaire v_i, donc il possède une énergie cinétique : $E_{c_i} = \frac{1}{2} m_i {v_i}^2$

On sait que $v_i = r_i . \omega$ avec r_i est le rayon de la trajectoire circulaire du point A_i.

Donc : $E_{c_i} = \frac{1}{2} m_i {r_i}^2 \omega^2$

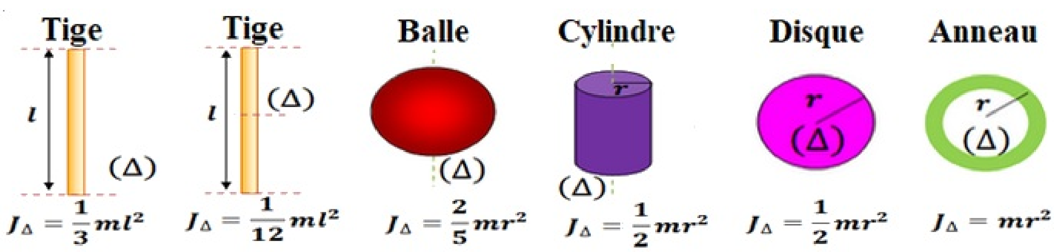
L'énergie cinétique totale du solide est : $E_c = \sum_{i=1}^{n} E_{c_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i {r_i}^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{i=1}^{n} m_i {r_i}^2$

On pose $J_\Delta = \sum_{i=1}^{n} m_i {r_i}^2$, d'où :

$$E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$$

J_Δ s'appelle le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe de rotation (Δ), il dépend de la répartition de la masse autour de l'axe de rotation, sont unité est : $kg.m^2$.

2-3/ Moments d'inertie de quelques solides usuels

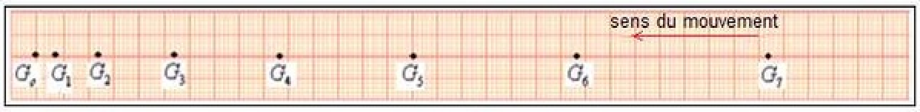


III- Théorème de l'énergie cinétique

3-1/ Activité expérimentale

On abandonne, sans vitesse initiale, un autoporteur de masse $m = 700g$ sur une table à coussin d'air inclinée d'un angle $\alpha = 10^\circ$ par rapport à l'horizontale.

On enregistre les positions du centre d'inertie toutes les $60ms$, on obtient l'enregistrement :



$$G_0G_1 = 3mm \;;\; G_1G_2 = 9mm \;;\; G_2G_3 = 15mm \;;\; G_3G_4 = 21mm$$
$$G_4G_5 = 27mm \;;\; G_5G_6 = 33mm \;;\; G_6G_7 = 39mm$$

On prend : $g = 9,8N.Kg^{-1}$

1. Faire le bilan des forces extérieures agissant sur le mobile.
2. Déterminer l'expression de travail de chaque force, quand le centre d'inertie de l'autoporteur se déplace de la position G_3 à la position G_5, et déduire la somme des travaux des forces appliquées sur l'autoporteur entre ces deux positions $\sum W_{G_3 \to G_5}\left(\vec{F}\right)$.
3. Calculer l'énergie cinétique de l'autoporteur dans chaque positions G_3 et G_5, et déduire $\Delta E_C = E_{C_5} - E_{C_3}$ la variation de l'énergie cinétique de l'autoporteur.
4. Déduire la relation entre $\Delta E_C = E_{C_5} - E_{C_3}$ de l'autoporteur et $\sum W_{G_3 \to G_5}\left(\vec{F}\right)$.

3-2/ Énonce du théorème de l'énergie cinétique

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique ΔE_C d'un solide en translation ou en rotation autour d'un axe fixe, entre deux instants t_1 et t_2 est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces extérieures appliquées au solide entre ces deux instants t_1 et t_2 :

$$\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A) = \sum W_{A \to B}\left(\vec{F}\right)$$

- Cas de mouvement de translation : $\Delta E_C = \frac{1}{2}m\left({v_B}^2 - {v_A}^2\right)$
- Cas de mouvement de rotation : $\Delta E_C = \frac{1}{2}J_\Delta\left({\omega_B}^2 - {\omega_A}^2\right)$

3-3/ Interprétation énergétique

C'est le travail des forces extérieures appliquées qui fait varier l'énergie cinétique du solide, on dit que le travail mécanique est un mode de transfert de l'énergie.

Si le travail des forces appliquées est moteur $\left(\sum W_{A \to B}\left(\vec{F}\right) > 0\right)$, l'énergie cinétique du solide augmente, donc sa vitesse augmente.

Si le travail des forces appliquées est résistant $\left(\sum W_{A \to B}\left(\vec{F}\right) < 0\right)$, l'énergie cinétique du solide diminue, donc sa vitesse diminue.

3-4/ Procédure d'application

Lors de l'application du théorème de l'énergie cinétique, il faut suivre les étapes suivantes :

1. Déterminer le système étudié.
2. Déterminer le référentiel (repère galiléen).
3. Déterminer l'état initial et l'état final de déplacement.

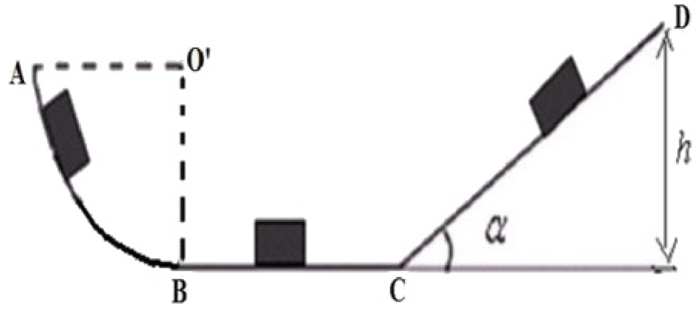
4. Faire le bilan des forces appliquées au système étudié lors de déplacement.
5. Calculer le travail de chaque force lors de déplacement.
6. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique considérant le cas du mouvement de système étudié (translation ou rotation).

IV- Exercices

4-1/ Exercice 1

On considère un corps solide (S) de masse $m = 50Kg$ peut se déplacer sur un rail $ABCD$, formé d'une partie AB de forme circulaire de rayon R, d'une partie rectiligne BC rectiligne horizontale et d'une partie CD inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport au plan horizontal.

Le solide (S) part du point A sans vitesse initiale $(V_A = 0)$ et il passe par le point B avec une vitesse $V_B = 10\, m/s$:



On prend : $g = 10\ N/Kg$.

Le mouvement de (S) sur la partie AB : les frottements sont négligeables.

1. Énoncer le théorème d'énergie cinétique.
2. En appliquant ce théorème, montré que l'expression de R le rayon de la partie AB est $R = \frac{V_B{}^2}{2.g}$. Calculer sa valeur R.

Le mouvement de (S) sur la partie BC : les frottements ne sont pas négligeables

Le solide (S) aborde la piste BC et arrive au point C avec une vitesse $V_C = 6m/s$.

3. En appliquant le théorème d'énergie cinétique, Trouver la valeur de $W_{B\to C}\left(\overrightarrow{R}\right)$.
4. En déduire la valeur de f l'intensité de la force de frottement. On donne $BC = 80m$.

Le mouvement de (S) sur la partie CD : les frottements sont négligeables

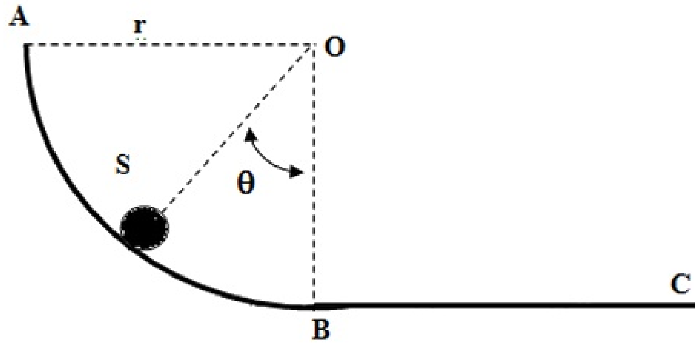
Le solide (S) aborde la piste CD et s'arrête au point D.

5. Exprimer le travail du poids en fonction de m, g et h.
6. En appliquant le théorème d'énergie cinétique entre C et D, montrer que l'expression de l'altitude h du point C par rapport au plan horizontal est $h = \frac{V_C{}^2}{2.g}$. Calculer sa valeur.
7. Exprimer h en fonction de CD et $\sin\alpha$, en déduire la valeur de CD.

4-2/ Exercice 2

On considère un corps solide (S) de masse $m = 0,1Kg$ peut se déplacer sur un rail ABC, formé d'une partie AB de forme circulaire de rayon r, et d'une partie rectiligne BC rectiligne horizontale.

Le mobile est lancé en A avec une vitesse $V_A = 5m.s^{-1}$ verticale dirigée vers le bas et glisse sur la portion curviligne AB sans frottement :



Données : $r = OA = OB = 1m$; $BC = L = 1,5m$; $g = 10\ m.s^{-2}$.

1. Faire un bilan des forces s'appliquant sur le mobile au point M.
2. Exprimer pour chacune des forces son travail au cours de déplacement de A à M en fonction de m, g, r et θ.
3. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique entre A et M, et établir l'expression littérale de la vitesse V_M du mobile en fonction de V_A, g, r et θ.
4. Calculer numériquement V_M en B (pour $\theta = 0$).

La portion BC rectiligne et horizontale est rugueuse. Les frottements peuvent être assimilés à une force $\vec{f}$ unique, constante, opposée au mouvement, d'intensité f.

5. Sachant que le mobile arrive en C avec la vitesse $V_C = 5\ m.s^{-1}$, déterminer littéralement puis numériquement f.

4-3/ Exercice 3

Une machine tournante a une fréquence de rotation égale à $200tr/min$.

Son moment d'inertie par rapport à son axe de rotation est égal à $50kg.m^2$. On prendra $g = 10N/kg$.

Pour l'arrêter on exerce une force tangentielle constante de $150N$.

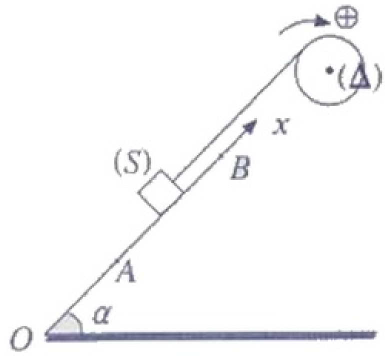
1. Calculer la variation d'énergie cinétique au cours du freinage.
2. Calculer le moment de la force de freinage sachant que la machine peut être assimilée à un disque de diamètre $80cm$.
3. Calculer le nombre de tours effectués par la machine avant l'arrêt.

4-4/ Exercice 4

Le système schématisé ci-dessus comprend :

- Un solide (S) de masse $m = 32kg$ pouvant glisser sans frottement sur un plan incliné faisant avec l'horizontale un angle $\alpha = 30^\circ$.
- Une poulie homogène de rayon $r = 5cm$, pouvant tourner autour d'un axe fixe et horizontal (Δ) passant par son centre. Son moment d'inertie par rapport à cet axe est

J_Δ.

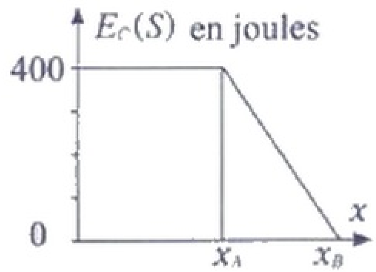


La poulie est actionnée par un moteur dont l'arbre est lié à l'axe (Δ), le moment du couple moteur est constant $\mathscr{M}_m = 10N.m$.

Les frottements dus à l'axe (Δ) sont équivalents à un couple de moment constant $\mathscr{M}_c$.

La poulie et le solide (S) sont reliés par l'intermédiaire d'un fil inextensible et sans masse.

Sur la figure suivante, on représente l'évolution de l'énergie cinétique du corps (S) en fonction de l'abscisse x du centre d'inertie de (S) sur l'axe Ox :



A la date t_A où (S) arrive en A, l'effet du moteur est supprimé. On donne $g = 10N.kg^{-1}$.

1. Justifier que la vitesse de (S) au point A vaut $5m.s^{-1}$. En déduire ω_A la vitesse angulaire de la poulie à l'instant t_A.
2. Exprimer la tension T du fil en fonction de m, g et α. Calculer T.
3. Exprimer le moment $\mathscr{M}_c$ en fonction de T, r et $\mathscr{M}_m$. Calculer sa valeur.

A l'instant t_A, le moteur s'arrête et le fil n'est pas tendu, le corps (S) continue à monter jusqu'au point B, où il s'arrête, la poulie continue à tourner avant de s'arrêter après avoir effectué n tours sous l'effet du couple de frottement.

4. Déterminer la distance AB.
5. Déterminer le moment d'inertie J_Δ de la poulie.
6. Exprimer le nombre de tours n effectués par la poulie dans cette étape en fonction de ω, J_Δ et $\mathscr{M}_c$.