

### I- Exercice 1 (5,5 pts)

1. Déterminer parmi les nombres suivants : les nombres pairs, les nombres impairs et les nombres qui n'appartiennent pas à  $\mathbb{N}$  :

$$2 ; \sqrt{16} ; 2 \times \frac{3}{5} ; 12 ; 89509 ; 310 ; 11 ; 17848$$

2. Est-ce que le nombre 800001 est premier ?
3. Soit  $n \in \mathbb{N}$ , déterminer la parité des nombres suivants :  $2n + 5$  ;  $4n^2 + 4n + 6$
4. Soit  $n \in \mathbb{N}$ , montrer que le nombre  $10n + 5$  n'est pas premier.
5. Montrer que le produit d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre pair.

Soit  $n$  un nombre premier tel que  $n > 2$ .

6. Montrer que 8 divise  $n^2 - 1$ , puis déduire que  $n^4 - 1$  est un multiple de 16.

### II- Exercice 2 (3 pts)

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres entiers naturels tels que  $a = 2^2 \times 3^3 \times 7$  et  $b = 360$ .

1. Décomposer le nombre  $b$  en produit de facteurs premiers, puis déduire le  $PGCD(a; b)$  et  $PPCM(a; b)$ .
2. Simplifier  $\sqrt{a}$  et  $\sqrt{b}$  et  $\frac{a}{b}$ .
3. Décomposer les nombres  $ab$  et  $a + b$  en produit de facteurs premiers.

### III- Exercice 3 (2 pts)

Soit  $n$  un entier naturel.

1. Montrer que  $\frac{n+13}{n+2} = 1 + \frac{11}{n+2}$ .
2. Déterminer les diviseurs de 11.
3. Déterminer tous les entiers naturels  $n$  qui vérifient  $\frac{n+13}{n+2} \in \mathbb{N}$ .

### IV- Exercice 4 (2,5 pts)

Soient  $a$  et  $b$  deux entiers naturels tels que  $a = 5^{n+2} - 5^n$  et  $b = 7 \times 5^n + 5^{n+1}$ .

1. Montrer que  $a$  est un multiple de 3.
2. Montrer que  $b$  est un multiple de 12.
3. Calculer  $PGCD(a; b)$ .

### V- Exercice 5 (4 pts)

$ABCD$  est un parallélogramme.

$E$  et  $F$  deux points du plan tels que  $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$  et  $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ .

1. Construire une figure.
2. Montrer que  $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD}$  et  $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ .
3. Montrer que  $\overrightarrow{CF} + 2\overrightarrow{CE} = \vec{0}$ .
4. En déduire que les points  $E$ ,  $F$  et  $C$  sont alignés.

## VI- Exercice 6 (3 pts)

$ABC$  est un triangle.

$I$  et  $J$  deux points du plan tels que  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ .

$J$  est le projeté du point  $I$  sur  $(BC)$  parallèlement à  $(AC)$ , et  $Q$  le projeté du point  $J$  sur  $(AC)$  parallèlement à  $(AB)$ .

1. Construire une figure.
2. Montrer que  $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ .
3. Montrer que  $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{QC}$ .