

Sommaire**I- Rappels**

1-1/ Équations du 1er degré à une inconnue

1-2/ Inéquations du 1er degré à une inconnue

**II- Équations du second degré à une inconnue**

2-1/ Définition

2-2/ Forme canonique du trinôme de second degré  $ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )2-3/ Détermination des solutions de l'équation  $ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )

2-4/ La somme et le produit des racines de l'équation

 $ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )

2-5/ Factorisation et signe du trinôme de second degré

 $ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )**III- Équations et inéquations du 1er degré à deux inconnues**

(Méthode graphique)

**IV- Déterminants d'un système de deux équations du 1er degré à deux inconnues**

4-1/ Définition

4-2/ Propriétés

**V- Exercices**

5-1/ Exercice 1

5-2/ Exercice 2

5-3/ Exercice 3

5-4/ Exercice 4

---

**I- Rappels**

## 1-1/ Équations du 1er degré à une inconnue

### Définition

Soient  $a, b \in \mathbb{R}$  ; ( $a \neq 0$ ).

Toute équation dont l'écriture se ramène sous la forme suivante  $ax + b = 0$  avec  $x \in \mathbb{R}$  est appelée équation du 1er degré d'un seul inconnu  $x$  de et ses coefficients réels sont  $a$  et  $b$ .

### Exemple

## 1-2/ Inéquations du 1er degré à une inconnue

### Définition

Soient  $a, b \in \mathbb{R}$  ; ( $a \neq 0$ ).

Toute inéquation dont l'écriture se ramène sous la forme suivante  $ax + b \geq 0$  ou  $ax + b \leq 0$   $ax + b > 0$  ou  $ax + b < 0$  est appelée inéquation du 1er degré d'un seul inconnu  $x$ .

### Signe du binôme du 1er degré $ax + b$

Cas $a > 0$	$x$	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
	$ax+b$	-	0	+
Cas $a < 0$	$x$	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
	$ax+b$	-	0	+

### Exemple

## II- Équations du second degré à une inconnue

### 2-1/ Définition

Soient  $a, b, c \in \mathbb{R}$  ; ( $a \neq 0$ ).

Toute équation dont l'écriture se ramène sous la forme suivante  $ax^2 + bx + c = 0$  avec  $x \in \mathbb{R}$  est appelée équation du 2ème degré d'un seul inconnu  $x$  de et ses coefficients réels sont  $a$  et  $b$  et  $c$ .

### 2-2/ Forme canonique du trinôme de second degré $ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ )

L'écriture  $a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right]$  est appelée la forme canonique du trinôme de second degré  $ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ).

Le nombre  $b^2 - 4ac$  est appelé le discriminant du trinôme de second degré  $ax^2 + bx + c$ , noté par  $\Delta$ , et on écrit  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

La forme canonique du trinôme de second degré  $ax^2 + bx + c$  s'écrit :

$$a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right] = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$$

d'où :

$$ax^2 + bx + c = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$$

## 2-3/ Détermination des solutions de l'équation $ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ )

Soit l'équation  $ax^2 + bx + c = 0$ , et son discriminant  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

- Si  $\Delta > 0$ , l'équation admet deux solutions distinctes (ou deux racines distinctes) dans  $\mathbb{R}$  :  $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$  et  $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ .
- Si  $\Delta = 0$ , l'équation admet une solution (solution double) dans  $\mathbb{R}$  :  $x_0 = -\frac{b}{2a}$ .
- Si  $\Delta < 0$ , l'équation n'a pas de solution dans  $\mathbb{R}$  :  $S = \emptyset$ .

## 2-4/ La somme et le produit des racines de l'équation $ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ )

Si l'équation admet deux racines distinctes  $x_1$  et  $x_2$ , alors on a :

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{et} \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

## 2-5/ Factorisation et signe du trinôme de second degré $ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ )

### Factorisation du trinôme de second degré $ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ )

$\Delta$  est le discriminant de l'équation  $x \in \mathbb{R}/ax^2 + bx + c$ .

- Si  $\Delta > 0$ , l'équation admet deux solutions distinctes  $x_1$  et  $x_2$ , on a  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ .
- Si  $\Delta = 0$ , l'équation admet une solution  $x_1 = -\frac{b}{2a}$ , on a  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$ .
- Si  $\Delta < 0$ , l'équation n'a pas de solution dans  $\mathbb{R}$ , on ne peut pas factoriser  $ax^2 + bx + c$  sous forme de produit de deux polynômes de 1er degré (deux monômes).

### Exemple

## 2-5/ Factorisation et signe du trinôme de second degré $ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ )

### Signe du trinôme de second degré $ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ )

$\Delta$  est le discriminant de l'équation  $x \in \mathbb{R}/ax^2 + bx + c$ .

- Si  $\Delta > 0$  :

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$		
$f(x)$	Sgn. de $a$		0	Sgn. de $-a$	0	Sgn. de $a$

- Si  $\Delta = 0$  :

$x$	$-\infty$	$x_0$	$+\infty$	
$f(x)$	Signe de $a$		0	Signe de $a$

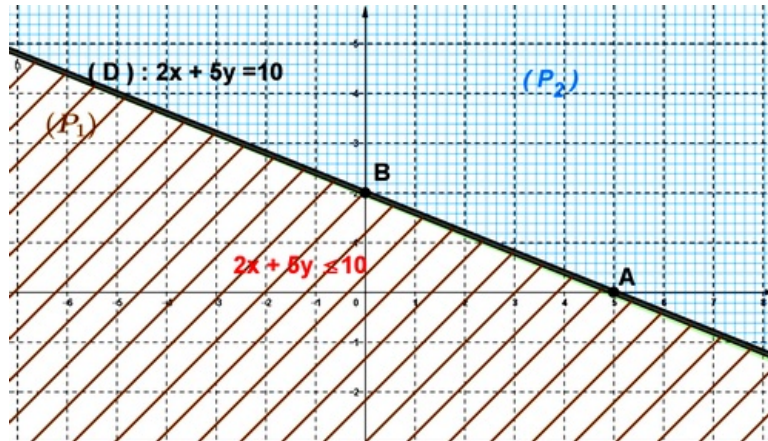
- Si  $\Delta < 0$  : le trinôme n'a pas de racine dans  $\mathbb{R}$ , on ne peut pas factoriser  $ax^2 + bx + c$ , et son signe est celui de  $a$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$ .

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	Signe de $a$	

### Exemple

## III- Équations et inéquations du 1er degré à deux inconnues (Méthode graphique)

### Méthode



## IV- Déterminants d'un système de deux équations du 1er degré à deux inconnues

### 4-1/ Définition

On considère le système suivant :  $(S) : (x, y) \in \mathbb{R}^2 / \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

Le nombre  $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b$  est appelé le déterminant du système  $(S)$ .

Le nombre  $\Delta_x = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix} = cb' - c'b$  est appelé le déterminant pour déterminer  $x$ .

Le nombre  $\Delta_y = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} = ac' - a'c$  est appelé le déterminant pour déterminer  $y$ .

### Exemple

### 4-2/ Propriétés

1. Cas 1 :  $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b \neq 0$

Le système est appelé système de Cramer, le système admet une solution unique :

$$S = \left\{ \left( \frac{\Delta_x}{\Delta}, \frac{\Delta_y}{\Delta} \right) \right\}$$

2. Cas 2 :  $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b = 0$

- Si  $\Delta_x \neq 0$  ou  $\Delta_y \neq 0$ , le système n'a pas de solution, d'où  $S = \emptyset$ .

- Si  $\Delta_x = 0$  et  $\Delta_y = 0$ , le système se ramène à une seule équation, on prend une par exemple  
 (S) :  $(x, y) \in \mathbb{R}^2 / ax + by = c$ , le système a une infinité de solutions, d'où (  
 $S = \left\{ (x, y) / y = -\frac{b}{a}x + \frac{c}{a}, x \in \mathbb{R} \right\}$

## V- Exercices

### 5-1/ Exercice 1

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

$$\begin{aligned} 1 \quad & \frac{2x+3}{x-2} = 0 \\ 2 \quad & \frac{x-3}{9x+6} = 1 \\ 3 \quad & \frac{4}{x-3} - \frac{5}{x+1} = 0 \\ 4 \quad & \frac{2}{x+3} = \frac{x-3}{2} \\ 5 \quad & \frac{x+1}{5x-7} = \frac{5x+7}{x-1} \end{aligned}$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

$$\begin{aligned} 1 \quad & (1 - \sqrt{2})x - 5 \leq 0 \\ 2 \quad & 3x - 5 < 7 - \sqrt{2}x \\ 3 \quad & \frac{7x-2}{1-\sqrt{3}} \leq \frac{7x+2}{1+\sqrt{3}} \\ 4 \quad & |x - 5| < \frac{1}{2} \\ 5 \quad & |x + 2| - 5 \leq 4 \\ 6 \quad & |3x - 2| > 3 \end{aligned}$$

### 5-2/ Exercice 2

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

$$\begin{aligned} 1 \quad & x^2 + x + 1 = 0 \\ 2 \quad & 3x^2 + 3\sqrt{2}x + 2 = 0 \\ 3 \quad & x^2 - x - 12 = 0 \\ 4 \quad & 3x^2 + 5x + 1 = 0 \\ 5 \quad & 4x^2 - 3x + 1 = 0 \\ 6 \quad & x^2 - x + \frac{1}{4} = 0 \end{aligned}$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

$$\begin{aligned} 1 \quad & x^2 - 5x + 6 \leq 0 \\ 2 \quad & -x^2 + x + 6 > 0 \\ 3 \quad & (x^2 - 5x + 6)(-x^2 + x + 6) \leq 0 \\ 4 \quad & \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 4} \geq 0 \\ 5 \quad & (x^2 + 3x + 2)(-x^2 + 5x - 6) \leq 0 \end{aligned}$$

### 5-3/ Exercice 3

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  les systèmes suivants :

$$1 \quad (S_1) : \begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ -10x + 4y = 3 \end{cases}$$

$$2 \quad (S_2) : \begin{cases} 3x + y = 7 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  le système suivant :

$$(S) : \begin{cases} -x + 3y = 4 \\ x - 2y = 11 \end{cases}$$

3. Déduire les solutions des systèmes suivants :

$$1 \quad (S_1) : \begin{cases} -\sqrt{x} + \frac{3}{y} = 4 \\ \sqrt{x} - \frac{2}{y} = 11 \end{cases}$$

$$2 \quad (S_2) : \begin{cases} -|x+1| + 3y^2 = 4 \\ |x+1| - 2y^2 = 11 \end{cases}$$

### 5-4/ Exercice 4

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation suivante :  $2x^2 - 2x - 4 = 0$
2. Déduire les solutions de l'équation suivante :  $2x^4 - 2x^2 - 4 = 0$

On considère l'équation suivante :  $(E) : x^2 + x - 6 = 0$

3. Montrer que l'équation  $(E)$  admet deux solutions distincts  $\alpha$  et  $\beta$  sans les calculer.
4. Calculer  $\alpha + \beta$ ,  $\alpha\beta$ ,  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ ,  $\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta$
5. Factoriser, si possible, les polynômes suivants :

$$P(x) = x^2 - x - 6$$

$$Q(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2}$$

$$S(x) = x^2 + 3x + 5$$