



Mathématiques : Tronc Commun

Séance 4 (La projection dans le plan)

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

### Sommaire

I- Projection d'un point sur une droite parallèlement à une autre droite

1-1/ Vocabulaire

1-2/ Définition

1-3/ Cas particulier

II- Théorème de Thalès direct et réciproque en utilisant la projection

2-1/ Théorème de Thalès direct

2-2/ Théorème de Thalès réciproque

III- Conservation du coefficient de colinéarité de deux vecteurs

IV- Exercices

4-1/ Exercice 1

4-2/ Exercice 2

4-3/ Exercice 3

4-4/ Exercice 4

---

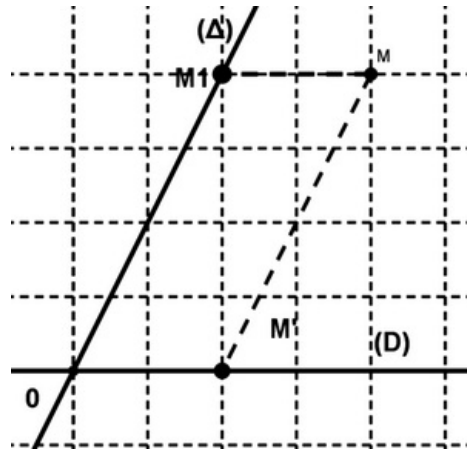
I- Projection d'un point sur une droite parallèlement à une autre droite

1-1/ Vocabulaire

Le point  $M'$  est appelé projection du point  $M$  sur  $(D)$  parallèlement à la droite  $(\Delta)$ .

La droite  $(\Delta)$  est appelée la direction de la projection .

Le point  $M_1$  est appelé projection du point  $M$  sur  $(\Delta)$  parallèlement à la droite  $(D)$ .

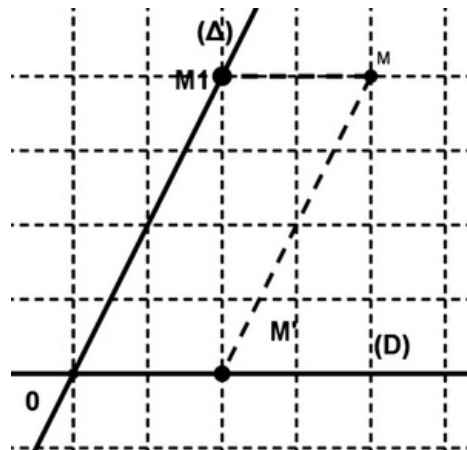


### 1-2/ Définition

$(D)$  et  $(\Delta)$  sont deux droites sécantes en  $O$ .

$M$  est un point du plan  $(P)$ .

La droite qui passe par le point  $M$  et parallèle à la droite  $(\Delta)$  coupe la droite  $(D)$  en un point  $M'$  qui est appelé la projection du point  $M$  sur  $(D)$  parallèlement à la droite  $(\Delta)$ .



### 1-3/ Cas particulier

Si  $(D) \perp (\Delta)$ , le point  $M'$  est appelé la projection orthogonale de  $M$  sur la droite  $(D)$ .

La relation p est appelé la projection orthogonale dans le plan  $(P)$ .

Si  $(D)$  n'est pas perpendiculaire à  $(\Delta)$ , La relation p est appelé projection oblique ou simplement projection.

## II- Théorème de Thalès direct et réciproque en utilisant la projection

### 2-1/ Théorème de Thalès direct

#### Énoncé du théorème

$(D_1)$  et  $(D_2)$  sont deux droites sécantes en  $O$ .

Soient  $A$  et  $B$  deux points distincts de  $(D_1)$ .

Soient  $A'$  et  $B'$  deux points distincts de  $(D_2)$  tel que  $(AA') \parallel (BB')$

On a :

$$\frac{OB}{OA} = \frac{OB'}{OA'} = \frac{BB'}{AA'}$$

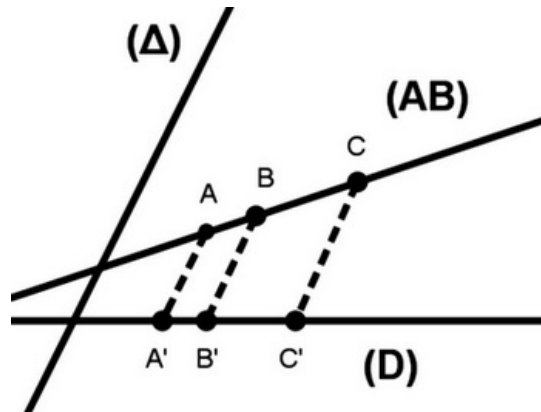
### Théorème direct de Thalès exprimé en utilisant la projection

(D) et ( $\Delta$ ) sont deux droites sécantes à une troisième droite.

A et B et C sont trois points distincts alignés tel que (AB) n'est pas parallèle à ( $\Delta$ ).

A' et B' et C' sont leurs projections respectivement sur (D) parallèlement à ( $\Delta$ ).

On a :  $\frac{AC}{AB} = \frac{A'C'}{A'B'}$



### 2-2/ Théorème de Thalès réciproque

#### Énoncé du théorème

(D) et ( $\Delta$ ) sont deux droites sécantes en A.

A et B et C sont trois points de (D).

A' et B' et C' sont trois points de ( $\Delta$ ) dans le même ordre que A et B et C.

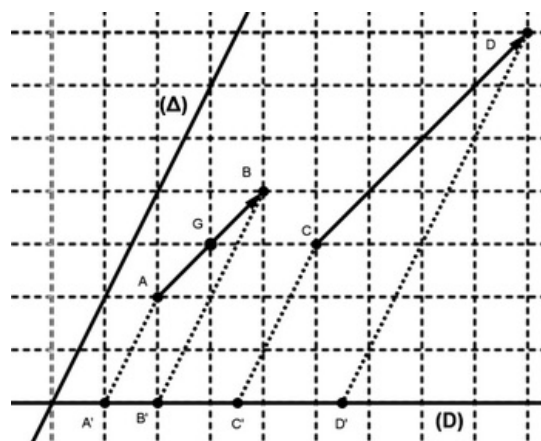
Si  $\frac{AC}{AB} = \frac{A'C'}{A'B'}$  alors  $(BB') \parallel (CC')$ .

### III- Conservation du coefficient de colinéarité de deux vecteurs

(D) et ( $\Delta$ ) sont deux droites sécantes et  $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$  ( le nombre  $k$  s'appelle le coefficient de colinéarité des vecteurs  $\overrightarrow{CD}$  et  $\overrightarrow{AB}$  )

si A' et B' et C' et D' sont les projetés respectifs des points A, B, C, et D sur (D) parallèlement à ( $\Delta$ ).

Alors on a  $\overrightarrow{C'D'} = k\overrightarrow{A'B'}$ , on dit la projection conserve le coefficient de colinéarité de deux vecteurs.



## IV- Exercices

### 4-1/ Exercice 1

$ABC$  est un triangle et  $I$  est le milieu de  $[BC]$ .

Soit  $D$  un point vérifiant  $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AI}$ .

$E$  est le projeté de  $D$  sur  $(BC)$  parallèlement à  $(AB)$ , et  $F$  est le projeté de  $D$  sur  $(BC)$  parallèlement à  $(AC)$ .

1. Construire une figure.
2. Montrer que  $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BI}$  et  $\overrightarrow{CF} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CI}$ .
3. En déduire que  $I$  est le milieu de  $[EF]$ .

### 4-2/ Exercice 2

Soit  $ABC$  un triangle et soient  $D$  un point de la droite  $(BC)$  ( $D \notin [BC]$ ), et  $O$  un point du plan tel que  $\overrightarrow{AO} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$ .

Soient  $E$  et  $F$  deux points du plan tels que :

$E$  est le projeté du point  $D$  sur la droite  $(AC)$  parallèlement à la droite  $(OC)$ .

$F$  est le projeté du point  $D$  sur la droite  $(AB)$  parallèlement à la droite  $(OB)$ .

1. Montrer que  $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$ .
2. Montrer que  $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AF}$ .
3. Montrer que  $(EF) \parallel (BC)$ .

### 4-3/ Exercice 3

$ABCD$  un parallélogramme et  $E$  un point tel que  $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ .

$F$  est le projeté du point  $E$  sur  $(BC)$  parallèlement à  $(AB)$ .

1. Montrer que  $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$ .
2. Montrer que  $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ .

Soit  $M$  un point tel que  $\overrightarrow{MB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ .

3. Montrer que  $(ME) \parallel (BC)$ .

### 4-4/ Exercice 4

$ABC$  est un triangle.

Soient  $E$  et  $F$  deux points du plan tels que:  $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ .

On considère  $E'$  et  $F'$  les projetés respectifs de  $E$  et  $F$  sur la droite  $(AC)$  parallèlement à  $(BC)$ .

1. Construire une figure convenable.
2. Écrire les vecteurs  $\overrightarrow{AE'}$  et  $\overrightarrow{AF'}$  en fonction de  $\overrightarrow{AC}$ .

3. En déduire que  $\overrightarrow{EE'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{FF'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ .

4. Conclure que  $\frac{EE'}{FF'} = \frac{2}{3}$ .