AlloSchool

Mathématiques : 2Bac SMA-SMB

Séance 2-2-2 : Suites numériques - Partie 2 (Exercices)

Professeur : Mr CHEDDADI Haitam

Sommaire

V- Exercices II

5-1/ Exercice 2-1

Calculer les limites suivantes :

$$1 \quad \lim_{n\to+\infty} \left(n^3 - 5n^2 - 6n + 7\right)$$

$$2 \quad \lim_{n\to+\infty} \frac{3n^2-5n+2}{4-n^3}$$

$$3 \quad \lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt[3]{n^3 - n + 4} - n\right)$$

$$4 \quad \lim_{n\to+\infty} Arc\tan \sqrt[3]{n+6}$$

$$5 \quad \lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n-1}\right)$$

$$6 \quad \lim_{n\to+\infty} \left(n^{\frac{2}{3}} - n^{\frac{1}{3}}\right)$$

$$7 \quad \lim_{n\to+\infty} \frac{n^{\frac{3}{5}}+n^{\frac{6}{7}}}{n^{\frac{2}{3}}+n^{\frac{4}{9}}}$$

5-2/ Exercice 2-2

Calculer la limite de chacune des suites suivantes :

$a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{3}{2}\right)^n$ $d_n = \frac{2^n-1}{7^n+1}$ $e_n = \frac{2^n-5^n}{4^n+9^n}$	$u_n = \left(\frac{7}{3}\right)^n - 2017^n$ $v_n = \frac{4^n-(-2)^n}{3^n+(-2)^n}$ $w_n = \sqrt[5]{2^n} - \sqrt[3]{2^n}$ $x_n = \frac{2^{n+1}+3^{n+1}}{3^{2n-1}}$

5-3/ Exercice 2-3

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = \sqrt[3]{\frac{2}{7}}$ et $u_{n+1} = \sqrt[3]{\frac{1+{u_n}^3}{8}}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N})\ u_n > \sqrt[3]{\frac{1}{7}}$
2. En déduire que $(\forall n \in \mathbb{N})\ \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$
3. Montrer que la suite (u_n) est convergente.

On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_n = \frac{7}{8}{u_n}^3 - \frac{1}{8}$

4. Montrer que (v_n) est une suite géométrique.
5. Exprimer u_n en fonction de n, puis donner $lim\,(u_n)$.

5-4/ Exercice 2-4

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \frac{8(u_n-1)}{u_n+2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N})\ 2 < u_n < 4$
2. Étudier la monotonie de la suite (u_n) puis en déduire qu'elle est convergente.
3. Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N})\ 4 - u_{n+1} \leq \frac{4}{5}(4 - u_n)$
4. En déduire que $(\forall n \in \mathbb{N})\ 4 - u_n \leq \left(\frac{4}{5}\right)^n$. Puis déterminer $lim\,(u_n)$.

On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_n = \frac{u_n-4}{u_n-2}$.

5. Établir que la suite (v_n) est géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.
6. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.
7. Retrouver la valeur de la limite de (u_n).

On pose pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_{n-1}$.

8. Exprimer S_n en fonction de n, puis conclure $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$.