AlloSchool

Mathématiques : 2ème Année Collège

Séance 14 (Vecteurs et translation)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- Vecteurs

1-1/ Vecteur non nul

Définition

Chaque deux points différents A et B déterminent un vecteur non nul $\overrightarrow{AB}$ d'origine A et d'extrémité B.

Caractéristiques

Chaque vecteur possède trois caractéristiques : La direction, le sens et la norme.

Dans l'exemple suivant du vecteur $\overrightarrow{AB}$, on a :

- La direction : c'est la droite (AB).
- Le sens : c'est de A vers B.
- La norme : c'est la distance AB.

1-2/ Vecteur nul

Définition

Chaque point A détermine un vecteur nul $\overrightarrow{AA}$ noté $\overrightarrow{0}$.

On écrit : $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$.

Remarques

La norme d'un vecteur nul est zéro, mais la direction et le sens ne sont pas définis.

Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$, alors : $A = B$. (c'est-à-dire A et B sont deux points confondus).

1-3/ Égalité de deux vecteurs

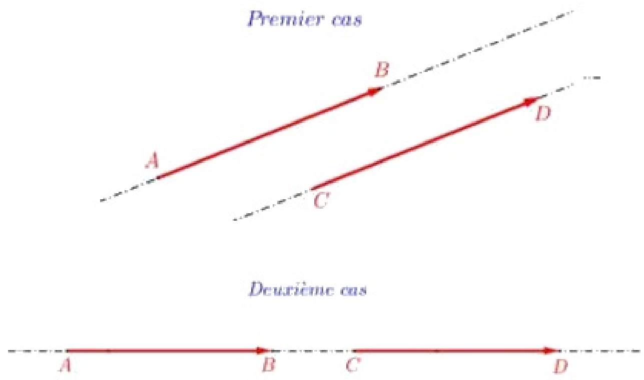
Propriété 1

Dire que deux vecteurs sont égaux signifie qu'ils ont : la même direction, le même sens et la même nonne.

Remarque importante

Même direction signifie que leurs directions sont soit deux droites strictement parallèles, soit deux droites confondues.

Exemple

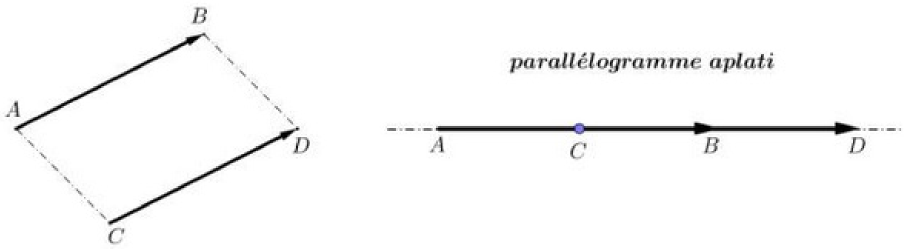


Propriété 2

Soit $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ deux vecteurs non nuls.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ est équivalent à $ABDC$ est un parallélogramme.

Exemple



1-4/ L'opposé d'un vecteur non nul

Propriété

L'opposé d'un vecteur non nul $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur $-\overrightarrow{AB}$, noté : $\overrightarrow{BA}$.

On écrit : $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

1-5/ Relation de Chasles

Si A, B et C sont trois points distincts, alors : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Exemples

Simplifions les écritures suivantes :

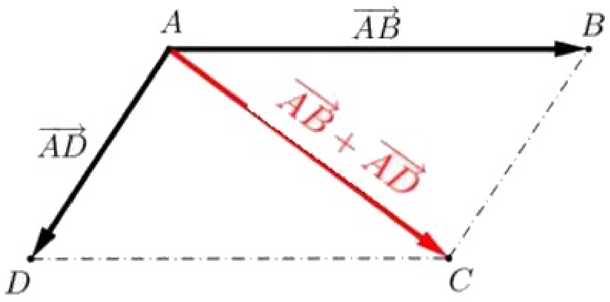
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} =$$
$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BE} =$$
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DC} =$$

1-6/ Somme de deux vecteurs

Propriété

$ABCD$ est un parallélogramme équivalent à : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Exemple



1-7/ Vecteur et milieu d'un segment

Propriété

Soient $[AB]$ un segment et E un point.

E est milieu du segment $[AB]$ est équivalent à : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{EB}$.

Exemple

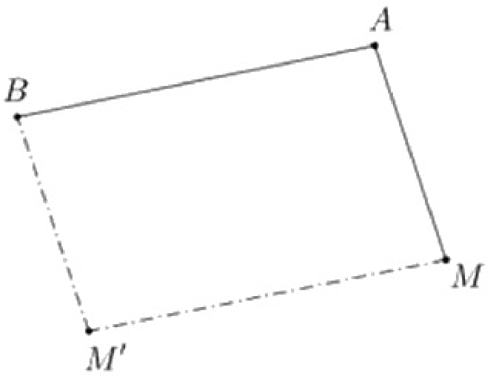
II- Translation

2-1/ L'image d'un point par une translation

Soients A, B et M trois point non alignés.

Construisons le point M' tel que : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MM'}$

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MM'}$ signifie que : $ABM'M$ est un parallélogramme.



On appelle M' Limage du point M par ta translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ (ou la translation qui transforme A en B).

Définition

Soient $\overrightarrow{AB}$ un vecteur non nul et M un point.

On appelle M' l'image du point M par ta translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ (ou la translation qui transforme A en B) tel que : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MM'}$.

Ce qui signifie que : $ABM'M$ est un parallélogramme.

2-2/ Propriété caractéristique

Si A' et B' sont les images respectives des points A et B par une translation, alors : $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$.

III- Exercices

3-1/ Exercice 1

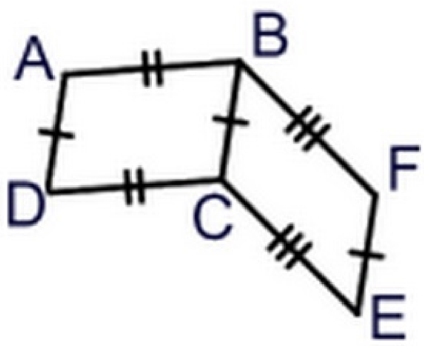
A, B et C sont trois point non alignés.

1. Construire les vecteurs suivants :

	Vecteur1	Vecteur2	Vecteur3
origine	B	A	C
direction	(AB)	(AB)	(CB)
sens	*A vers B*	*B vers A*	celui de [CB]
longueur	2 cm	AB	3cm

3-2/ Exercice 2

Soit la figure suivante :



1. Relever les vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$.
2. Relever les vecteurs égaux à $\overrightarrow{AD}$.
3. Construire le point M défini par $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BE}$.
4. Déduire la nature du quadrilatère $BCME$.
5. Montrer que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EM}$.

3-3/ Exercice 3

1. Compléter les phrases suivante :

Quand $ABNM$ est un parallélogramme alors :

- N est l'image de M par la translation ______ .
- N est l'image de B par la translation ______ .
- L'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est ______ .

- A est l'image de M par la translation de vecteur ______ .
- Par la translation de vecteur $\overrightarrow{MB}$, B est l'image de ______ .
- $\overrightarrow{A\ldots} = \overrightarrow{\ldots N}$ et $\overrightarrow{B\ldots} = \overrightarrow{N\ldots}$ et $\overrightarrow{M\ldots} = \overrightarrow{\ldots.A} + \overrightarrow{M\ldots}$ et $\overrightarrow{N\ldots} = \overrightarrow{\ldots A}$.

Si D est l'image du point B par la translation qui transforme A en C, alors :

- Le quadrilatère ______ est un parallélogramme.
- L'image de B par la translation qui transforme D en C est ______ .
- L'image de C par la translation qui transforme A en B est ______ .

3-4/ Exercice 4

Soit $ABCD$ un parallélogramme et M un point du plan.

1. Construire K l'image de M par la translation qui transforme A en B.
2. Construire P l'image de K par la translation qui transforme A en D.
3. Montrer que P est l'image de M par la translation qui transforme A en C.

3-5/ Exercice 5

ABC est un triangle.

1. Construire les points D et E tels que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.
2. Montrer que C est le milieu de $[DE]$.

3-6/ Exercice 6

1. Simplifier les écritures suivantes :

$$\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA} =$$
$$\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} =$$
$$\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} =$$
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} =$$
$$\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{EC} =$$
$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{EM} - \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{EC} =$$
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{ED} =$$

3-7/ Exercice 7

$ABCD$ est un losange de centre I.

1. Constater que C est l'image de D par la translation qui transforme A en B.
2. Construire J l'image de I par la translation qui transforme A en B.
3. Construire le point K tel que $\overrightarrow{DK} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$.
4. Montrer que $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{DC}$.

5. En déduire que K est i'image de B par la translation qui transforme A en B.