

Sommaire**I- Orthogonalité dans l'espace**

1-1/ Définition

1-2/ Propriété

II- Parallélisme dans l'espace

2-1/ Définition

III- Théorème de Pythagore dans l'espace**IV- Agrandissement – Réduction**

4-1/ Définition

4-2/ Propriété

4-3/ Remarques

V- Les volumes

5-1/ Cube

5-2/ Parallélépipède

5-3/ Pyramide

5-4/ Cylindre

VI- Exercices

6-1/ Exercice 1

6-2/ Exercice 2

6-3/ Exercice 3

6-4/ Exercice 4

6-5/ Exercice 5

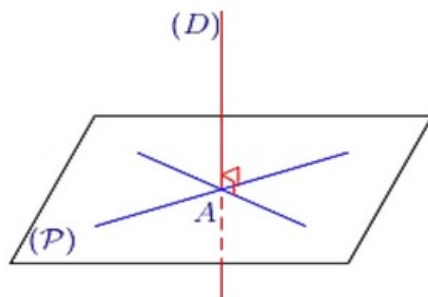
6-6/ Exercice 6

I- Orthogonalité dans l'espace

1-1/ Définition

Une droite (D) est perpendiculaire à un plan (P) en A , si elle est perpendiculaire à deux droites dans ce plan sécantes en A .

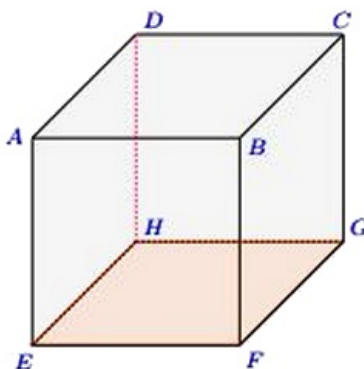
On écrit : $(D) \perp (P)$



Exemple

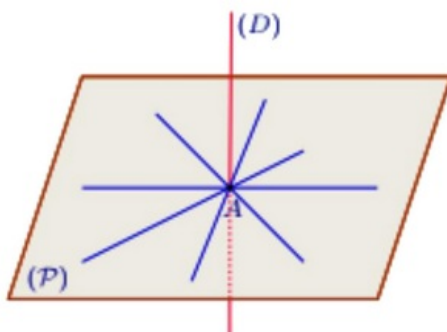
Soit $ABCDEFGH$ un cube.

- Montrer que la droite (AE) est perpendiculaire au plan $(EFGH)$.



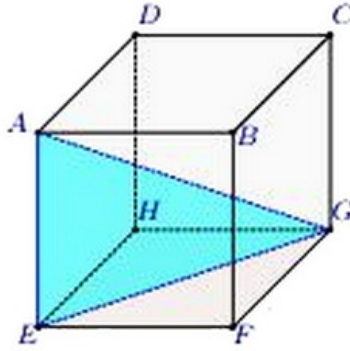
1-2/ Propriété

Si une droite est perpendiculaire à un plan en A , alors elle est perpendiculaire à toutes les droites incluses dans ce plan qui passent par A .



Soit $ABCDEFGH$ un cube.

- Montrer que le triangle AEG est rectangle en E .



II- Parallélisme dans l'espace

2-1/ Définition

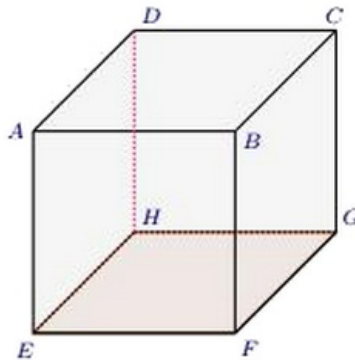
Une droite (D) est parallèle à un plan (P) , si elle est parallèle à une droite dans ce plan.

On écrit : $(D) // (P)$



Soit $ABCDEFGH$ un cube.

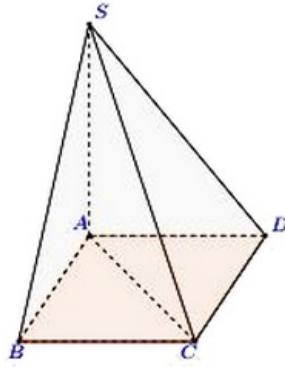
- Montrer que la droite (AB) est parallèle au plan $(EFGH)$.



III- Théorème de Pythagore dans l'espace

Soit $SABCD$ une pyramide de base carré $ABCD$ et de hauteur (SA) , tels que : $AB = 4cm$ et $SA = 6cm$.

1. Calculer AC
2. Calculer SC



IV- Agrandissement – Réduction

4-1/ Définition

En multipliant toutes les arêtes d'un solide par un même nombre positif non nul k , on obtiendra un agrandissement ou une réduction de ce solide.

k est appelé coefficient ou rapport d'agrandissement ou de réduction.

4-2/ Propriété

Dans un agrandissement ou une réduction d'un solide de rapport k :

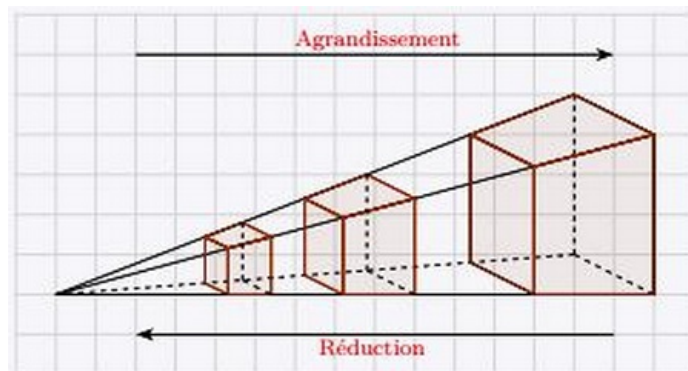
- Les longueurs sont multipliées par k .
- Les aires sont multipliées par k^2 .
- Les volumes sont multipliés par k^3 .

4-3/ Remarques

Si k est le rapport d'agrandissement, alors $\frac{1}{k}$ est le rapport de réduction.

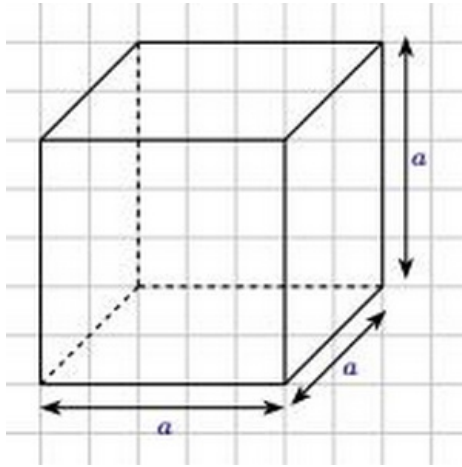
Si $k > 1$, alors on a un agrandissement.

Si $0 < k < 1$, alors on a une réduction.



V- Les volumes

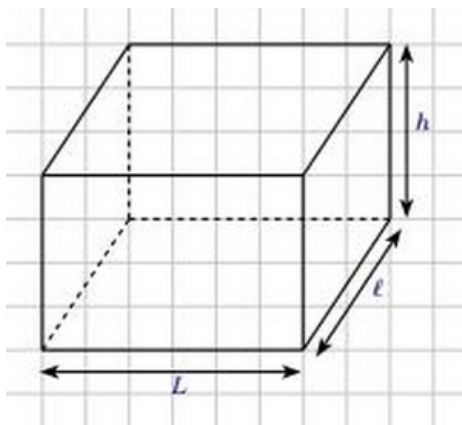
5-1/ Cube



$$\text{Volume} = a^3$$

$$\text{Aire total} = 6a^2$$

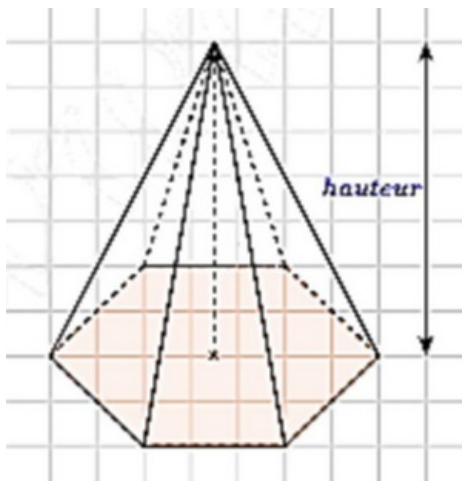
5-2/ Parallélépipède



$$\text{Volume} = L \times l \times h$$

$$\text{Aire total} = 2(L \times l + L \times h + l \times h)$$

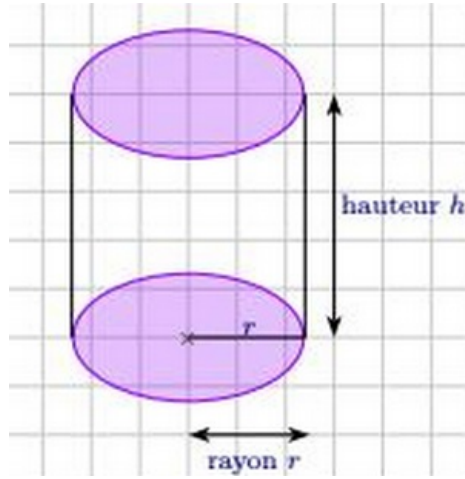
5-3/ Pyramide



$$\text{Volume} = \frac{1}{3} \times \text{aire base} \times \text{hauteur}$$

$$\text{Aire total} = \text{aires latérales} + \text{aire base}$$

5-4/ Cylindre



$$\text{Volume} = \pi \times r^2 \times h$$

$$\text{Aire total} = 2\pi \times r (r + h)$$

VI- Exercices

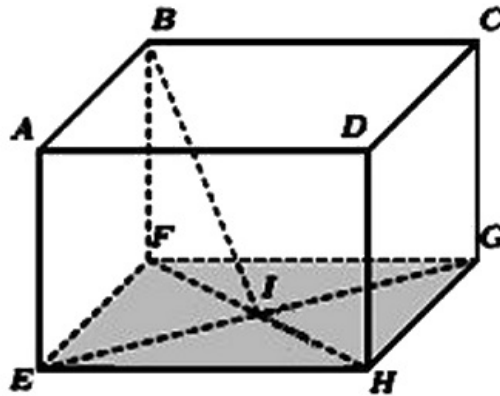
6-1/ Exercice 1

Soit $ABCDEFGH$ un parallélépipède tel que $AB = 3$, $BC = 4$ et $AE = 5$.

1. Calculer CH et EG

Soit I le centre du rectangle $EFGH$.

2. Montrer que $(BF) \perp (EFG)$.
3. En déduire que $(BF) \perp (IF)$.
4. Calculer IB .

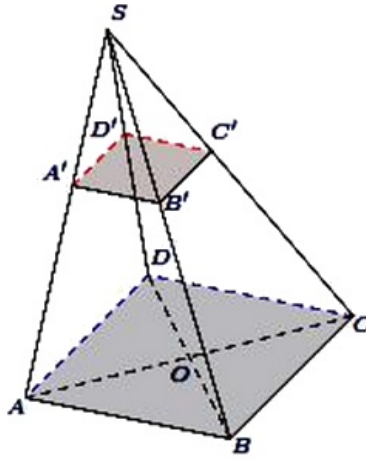


6-2/ Exercice 2

Soit $SABCD$ une pyramide de base carré $ABCD$ et de hauteur (SO) tel que $SO = 5\text{cm}$, $AB = 6\text{cm}$ et $A'B' = 2\text{cm}$.

La pyramide $SA'B'C'D'$ est la réduction de la pyramide $SABCD$.

1. Calculer l'aire de la base $ABCD$.
2. Calculer le volume de la pyramide $SABCD$.
3. Calculer le coefficient de réduction.
4. En déduire le volume de la pyramide $SA'B'C'D'$.



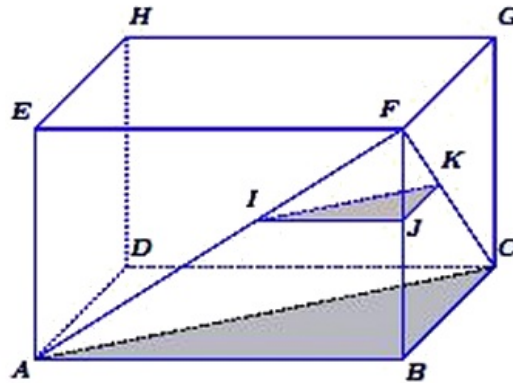
6-3/ Exercice 3

Soit $ABCDEFGH$ un parallélépipède rectangle tel que $AB = 12\text{cm}$, $AD = 9\text{cm}$ et $AE = 9\text{cm}$.

1. Vérifier que $AC = 15\text{cm}$.
2. Montrer que le volume de la pyramide $FABC$ est $V_1 = 162\text{cm}^3$.

La pyramide $F IJK$ est une réduction de rapport $\frac{1}{3}$ de la pyramide $FABC$.

3. Calculer le volume V_2 de la pyramide $F IJK$.
4. Calculer la distance IK .
5. Calculer l'aire de la base IJK .



6-4/ Exercice 4

On considère la pyramide $OABC$ de base le triangle ABC et de hauteur (OA) tel que $AB = 5\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$ et $AC = 3\text{cm}$.

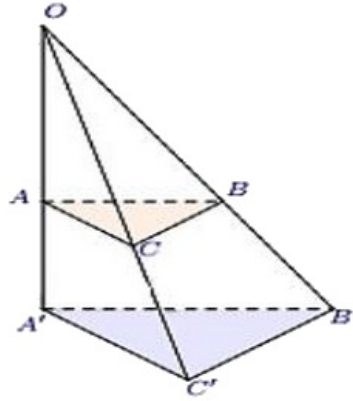
1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en C .
2. En déduire que l'aire du triangle ABC est $S = 6\text{cm}^2$.

On suppose que le volume de la pyramide $OABC$ est $V = 8\text{cm}^3$.

3. Vérifier que $OA = 4\text{cm}$.

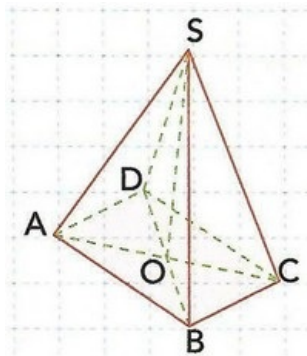
La pyramide $OA'B'C'$ de hauteur (OA') est un agrandissement de la pyramide $OABC$.

4. Sachant que $OA' = 6\text{cm}$, vérifier que le rapport d'agrandissement est $k = \frac{3}{2}$.
5. En déduire le volume de la pyramide $OA'B'C'$.



6-5/ Exercice 5

$SABCD$ pyramide régulière de base carrée de centre O telle que $AB = 4\text{cm}$:



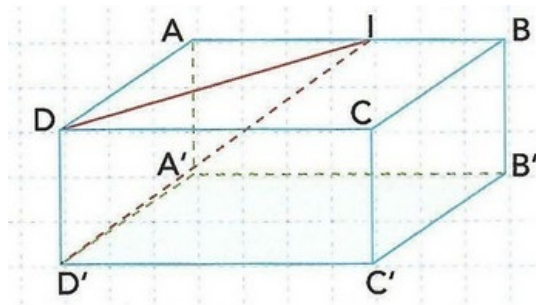
A, B', C' et D' quatre points appartenant respectivement aux côtés $[AS], [BS], [CS]$ et $[DS]$ tels que la pyramide $SA'B'C'D'$ est la réduction de la pyramide $SABCD$ et $A'B' = 1,5\text{cm}$.

1. Calculer le coefficient de la réduction.
2. Sachant que $SO = 5\text{cm}$, calculer le volume de la pyramide $SA'B'C'D'$.

6-6/ Exercice 6

$ABCD A'B'C'D'$ est un pavé droit tel que $AB = 5, BC = 3$ et $AA' = 4$.

I est un point de $[AB]$ tel que $IB = 2$:



1. Montrer que $(DD') \perp (ABC)$.
2. En déduire la nature du triangle IDD' .
3. Calculer ID' .