



Mathématiques : 3ème Année Collège

Séance 14 (Fonction linéaire et fonction affine)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- Fonction linéaire

1-1/ Définition

1-2/ Propriété du coefficient d'une fonction linéaire

1-3/ Représentation graphique d'une fonction linéaire

II- Fonction affine

2-1/ Définition

2-2/ Propriété du coefficient d'une fonction affine

2-3/ Représentation graphique d'une fonction affine

III- Exercices

3-1/ Exercice 1

3-2/ Exercice 2

3-3/ Exercice 3

3-4/ Exercice 4

3-5/ Exercice 5

3-6/ Exercice 6

I- Fonction linéaire

1-1/ Définition

Soit a un nombre réel donné.

Toute relation f qui à tout nombre réel x , fait correspondre le nombre réel ax , s'appelle fonction linéaire de coefficient a , tel que : $f : x \rightarrow ax$.

On dit que :

- x est l'antécédent.
- ax est l'image de x par la fonction f .

On écrit : $f(x) = ax$

Remarque

Une fonction linéaire peut être notée : f ou g ou h

Exemple

1-2/ Propriété du coefficient d'une fonction linéaire

Soit a un nombre réel donné et x un nombre réel quelconque.

Si f est une fonction linéaire de coefficient a , alors : $a = \frac{f(x)}{x}$ et $x \neq 0$.

1-3/ Représentation graphique d'une fonction linéaire

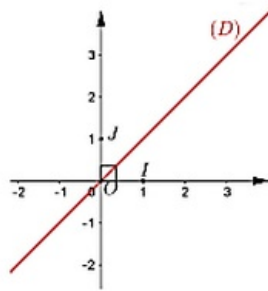
Définition

Soit a un nombre réel donné et x un nombre réel quelconque.

Dans un plan rapporté à un repère orthonormé, la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère et qui a pour équation réduite : $y = ax$.

a est le coefficient directeur de cette droite.

Exemple



Propriété

Le plan muni d'un repère orthonormé.

Soient A un point et (D) la représentation graphique d'une fonction linéaire f .

$A \in (D)$ est équivalent à $A(x_A; f(x_A))$ et $y_A = ax_A$.

II- Fonction affine

2-1/ Définition

Soient a et b deux nombres quelconques «fixes».

Si à chaque nombre x , on peut associer le nombre $ax + b$, alors on définit une fonction affine, que l'on notera $f : x \rightarrow ax + b$.

On dit que : $ax + b$ est l'image de x par la fonction f et on écrit : $f(x) = ax + b$

.

Exemple

2-2/ Propriété du coefficient d'une fonction affine

Soit a un nombre réel donné et x et x' deux nombres réels quelconques.

Si f est une fonction linéaire de coefficient a , alors : $a = \frac{f(x)-f(x')}{x-x'}$ et $x \neq x'$.

2-3/ Représentation graphique d'une fonction affine

Définition

Soient a et b un nombre réel donnés, et x et y deux nombres réels.

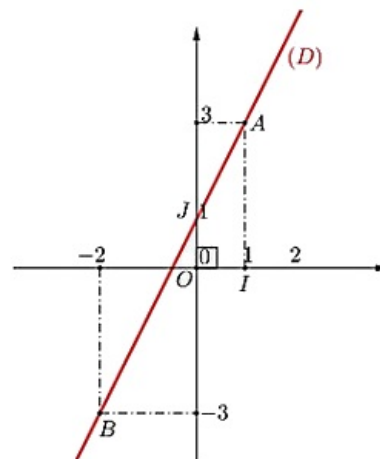
Dans un plan rapporté à un repère orthonormé, la représentation graphique d'une fonction affine est une droite qui a pour équation réduite : $y = ax + b$.

a est le coefficient directeur de cette droite et b l'ordonnée à l'origine.

Exemple

$$f(x) = 2x + 1$$

x	1	-2
$f(x)$	3	-3
$M(x; f(x))$	$A(1; 3)$	$B(-2; -3)$



Remarque

$M(x; y)$ appartient à la représentation graphique de la fonction affine f si et seulement si $f(x) = y$.

III- Exercices

3-1/ Exercice 1

I- Soit la fonction linéaire f tel que $f(x) = -4x$.

1. Quelle est l'image de 3 par f ?
2. Quelle est l'image de -5 par f ?
3. Quelle est l'image de $\frac{7}{12}$ par f ?
4. Calculer $f(6, 5)$.
5. Quel nombre a pour image -16 ?
6. Quel nombre a pour image 16 ?
7. Quel est l'antécédent de 20 ?
8. Quel est l'antécédent de -14 ?

II- On considère la fonction affine g définie par : $g(x) = -2x + 1$.

1. Calculer : $g(-5)$, $g(\frac{3}{2})$ et $g(2)$.
2. Calculer l'image de -3 par g .
3. Quelle est l'image de 4 par g ?

- Déterminer le nombre dont l'image est 13.
- Calculer l'antécédent de -7 par g .
- Tracer dans un repère la courbe de g .

3-2/ Exercice 2

- Déterminer les fonctions linéaires g et h tel que : $g(-3) = -15$ et $h(3) = 2$.

Soit f une fonction affine telle que : $f(-1) = -7$ et $f(3) = 5$.

- Déterminer le coefficient de f .
- Déterminer l'expression de f .
- Sans calcul déterminer la valeur de $\frac{f(2021) - f(1999)}{2021 - 1999}$.

3-3/ Exercice 3

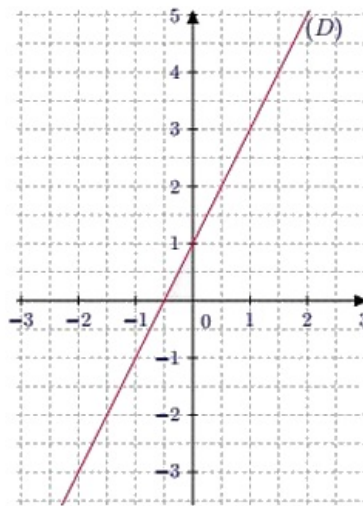
Soient f une fonction affine et (Δ) sa représentation graphique.

$M(-2; 3)$ et $N(5; -4)$ sont deux points de la droite (Δ) .

- Déterminer le coefficient de f .
- Déterminer l'expression de f .
- Le point $P(9; 6)$ appartient-il à (Δ) ?

3-4/ Exercice 4

On considère (D) la représentation graphique de la fonction h :



- Déterminer la nature de la fonction h .
- Déterminer graphiquement :
 - a) L'image de 1 par h .
 - b) L'antécédent de -1 par h .
 - c) Le nombre dont l'image est 4 par h .
- Montrer que l'expression de h est : $h(x) = 2x + 1$.
- Résoudre l'équation : $h(x) = 0$.

3-5/ Exercice 5

f est une fonction affine tel que $f(3) - f(1) = -6$, et sa représentation graphique (D) passe par le point $A(0; 2)$.

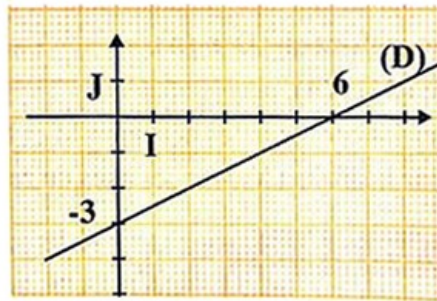
1. Déterminer $f(x)$.
2. Calculer $f(1)$ et $f(-3)$.
3. Déterminer x sachant que $f(x) = -4$.

(L) est la représentation graphique d'une fonction linéaire g .

4. Déterminer $g(x)$ sachant que $(D) \parallel (L)$.
5. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

3-6/ Exercice 6

Sur la figure suivante, la droite (D) coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 6 et coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée -3 :



1. Quelle est la nature de la fonction f représentée par la droite (D) ?
2. Vérifier que $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$.
3. Trouver l'expression de la fonction linéaire g sachant que sa courbe coupe la droite (D) en $A(4; -1)$.

On considère la fonction h tel que $h(x) = -x + 3$.

4. Déterminer le nombre x dont l'image par la fonction h est -1 .
5. En déduire que les représentations graphiques des fonctions f , g et h se coupent au point $A(4; -1)$.
6. Résoudre l'inéquation $f(x) \leq g(x)$