Mathématiques : 3ème Année Collège

Séance 14 (Fonction linéaire et fonction affine)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- Fonction linéaire

1-1/ Définition

Soit a un nombre réel donné.

Toute relation f qui à tout nombre réel x, fait correspondre le nombre réel ax, s'appelle fonction linéaire de coefficient a, tel que : $f : x \to ax$.

On dit que :

- x est l'antécédent.
- ax est l'image de x par la fonction f.

On écrit : $f(x) = ax$

Remarque

Une fonction linéaire peut être notée : f ou g ou h ....

Exemple

1-2/ Propriété du coefficient d’une fonction linéaire

Soit a un nombre réel donné et x un nombre réel quelconque.

Si f est une fonction linéaire de coefficient a, alors : $a = \frac{f(x)}{x}$ et $x \neq 0$.

1-3/ Représentation graphique d'une fonction linéaire

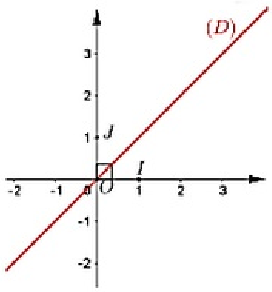
Définition

Soit a un nombre réel donné et x un nombre réel quelconque.

Dans un plan rapporté à un repère orthonormé, la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère et qui a pour équation réduite : $y = ax$.

a est ie coefficient directeur de cette droite.

Exemple



Propriété

Le plan muni d'un repère orthonormé.

Soient A un point et (D) la représentation graphique d'une fonction linéaire f.

$A \in (D)$ est équivalent à $A\left(x_A; f\left(x_A\right)\right)$ et $y_A = ax_A$.

II- Fonction affine

2-1/ Définition

Soient a et b deux nombres quelconques «fixes».

Si à chaque nombre x, on peut associer le nombre $ax + b$, alors on définit une fonction affine, que l’on notera $f : x \rightarrow ax + b$.

On dit que : $ax + b$ est l’image de x par la fonction f et on écrit : $f(x) = ax + b$.

Exemple

2-2/ Propriété du coefficient d’une fonction affine

Soit a un nombre réel donné et x et x’ deux nombres réels quelconques.

Si f est une fonction linéaire de coefficient a, alors : $a = \frac{f(x)-f(x')}{x-x'}$ et $x \neq x'$.

2-3/ Représentation graphique d'une fonction affine

Définition

Soient a et b un nombre réel donnés, et x et y deux nombres réels.

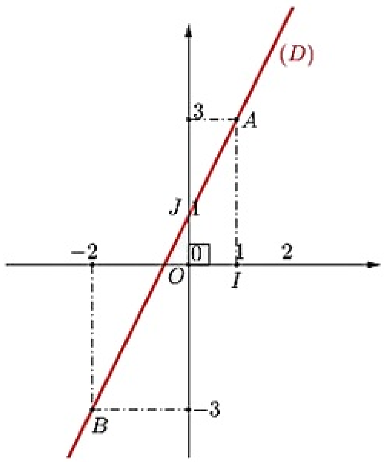
Dans un plan rapporté à un repère orthonormé, la représentation graphique d'une fonction affine est une droite qui a pour équation réduite : $y = ax + b$.

a est le coefficient directeur de cette droite et b l'ordonnée à l'origine.

Exemple

$$f(x) = 2x + 1$$

x	1	-2
$f(x)$	3	-3
$M(x;f(x))$	$A(1;3)$	$B(-2;-3)$



Remarque

$M(x;y)$ appartient à la représentation graphique de la fonction affine f si et seulement si $f(x) = y$.

III- Exercices

3-1/ Exercice 1

I- Soit la fonction linéaire f tel que $f(x) = -4x$.

1. Quelle est l'image de 3 par f ?
2. Quelle est l'image de -5 par f ?
3. Quelle est l'image de $\frac{7}{12}$ par f ?
4. Calculer $f(6,5)$.
5. Quel nombre a pour image -16 ?
6. Quel nombre a pour image 16 ?
7. Quel est l'antécédent de 20 ?
8. Quel est l'antécédent de -14 ?

II- On considère la fonction affine g définie par : $g(x) = -2x + 1$.

1. Calculer : $g(-5)$, $g\left(\frac{3}{2}\right)$ et $g(2)$.
2. Calculer l'image de -3 par g.
3. Quelle est l'image de 4 par g ?
4. Déterminer le nombre dont l'image est 13.
5. Calculer l'antécédent de -7 par g.

6. Tracer dans un repère la courbe de g.

3-2/ Exercice 2

1. Déterminer les fonctions linéaires g et h tel que : $g(-3) = -15$ et $h(3) = 2$.

Soit f une fonction affine telle que : $f(-1) = -7$ et $f(3) = 5$.

2. Déterminer le coefficient de f.
3. Déterminer l'expression de f.
4. Sans calcul déterminer la valeur de $\frac{f(2021)-f(1999)}{2021-1999}$.

3-3/ Exercice 3

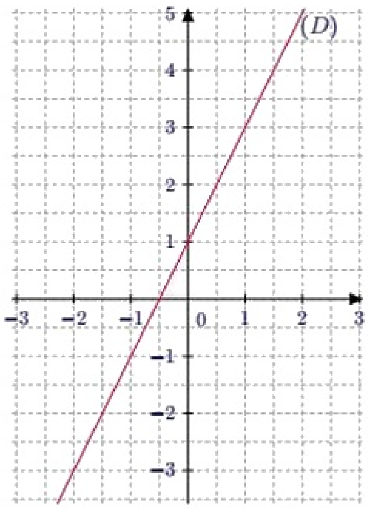
Soient f une fonction affine et (Δ) sa représentation graphique.

$M(-2;3)$ et $N(5;-4)$ sont deux points de la droite (Δ).

1. Déterminer le coefficient de f.
2. Déterminer l'expression de f.
3. Le point $P(9;6)$ appartient-il à (Δ) ?

3-4/ Exercice 4

On considère (D) la représentation graphique de la fonction h :



1. Déterminer la nature de la fonction h.
2. Déterminer graphiquement :

- a) L'image de 1 par h.
- b) L'antécédent de -1 par h.
- c) Le nombre dont l'image est 4 par h.

3. Montrer que l'expression de h est : $h(x) = 2x + 1$.
4. Résoudre l'équation : $h(x) = 0$.

3-5/ Exercice 5

f est une fonction affine tel que $f(3) - f(1) = -6$, et sa représentation graphique (D) passe par le point $A(0;2)$.

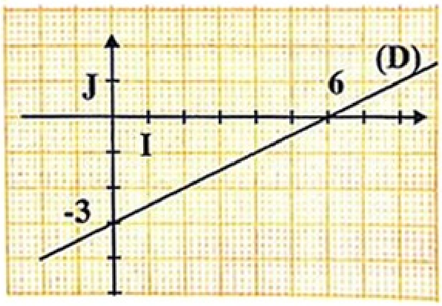
1. Déterminer $f\,(x)$.
2. Calculer $f\,(1)$ et $f\,(-3)$.
3. Déterminer x sachant que $f(x) = -4$.

(L) est la représentation graphique d'une fonction linéaire g.

4. Déterminer $g(x)$ sachant que $(D) \parallel (L)$.
5. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

3-6/ Exercice 6

Sur la figure suivante, la droite (D) coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse $\mathbf{6}$ et coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée $-\mathbf{3}$:



1. Quelle est la nature de la fonction f représentée par la droite (D) ?
2. Vérifier que $f\left(x\right) = \frac{1}{2}x - 3$.
3. Trouver l'expression de la fonction linéaire g sachant que sa courbe coupe la droite (D) en $A(4\,;-1)$.

On considère la fonction h tel que $h(x) = -x + 3$.

4. Déterminer le nombre x dont l'image par la fonction h est -1.
5. En déduire que les représentations graphiques des fonctions f, g et h se coupent au point $A(4;-1)$.
6. Résoudre l'inéquation $f(x) \leq g\,(x)$