



## Mathématiques : 2Bac Eco-SGC

Séance 12 (Dénombrement)

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

### Sommaire

#### I- Le dénombrement

1-1/ Définition de dénombrement

1-2/ Principe fondamental de dénombrement

#### II- Arrangement et permutation

2-1 Définition

2-2 Propriété

#### III- Combinaison

3-1 Définition

3-2 Propriétés1

3-3/ Propriété 2

#### IV- Type de tirage

#### V- Cardinal d'un ensemble fini

5-1/ Définition

5-2/ Propriété

#### VI- Exercices

6-1/ Exercice 1

6-2/ Exercice 2

6-3/ Exercice 3

---

#### I- Le dénombrement

1-1/ Définition de dénombrement

Le dénombrement c'est la détermination de nombre de possibilités d'une expérience

#### Exemple :

- Le nombre de résultats possibles du lancement d'une pièce de monnaie est  $N = 2$ .

- Le nombre de résultats possibles du lancement d'un dé à six faces numérotées de 1 à 6 est  $N = 6$ .
- Le nombre de résultats possibles du tirage d'une carte d'un sac contenant dix cartes est  $N=10$ .

## 1-2/ Principe fondamental de dénombrement

Si une procédure peut être découpée en  $p$  étapes,

et qu'il y a  $n_1$  façons possibles de réaliser la première étape,

et qu'il y a  $n_2$  façons possibles de réaliser la deuxième étape,

.

.

.

et qu'il y a  $n_p$  façons possibles de réaliser la peme étape,

Alors la procédure peut être accomplie de  $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_p$  façons.

### Exemple

## II- Arrangement et permutation

### 2-1 Définition

Soient  $p$  et  $n$  deux entiers naturels avec  $1 \leq p \leq n$  et  $E$  un ensemble fini de  $n$  éléments.

- Tout choix (ou tirage successif et sans remis ) de  $p$  éléments distincts deux à deux parmi  $n$  élément est appelé arrangement de  $p$  élément parmi  $n$ .

- Tout arrangement de  $n$  élément parmi  $n$  est appelé permutation de  $n$  élément parmi  $n$ .

### Remarque

L'ordre est très important dans tout arrangement.

### 2-2 Propriété

Soient  $p$  et  $n$  deux entiers naturels avec  $1 \leq p \leq n$  et  $E$  un ensemble fini de  $n$  éléments.

Le nombre d'arrangement d'un ensemble de  $p$  éléments parmi  $n$  est

$$A_n^p = n(n-1)\dots(n-p+1), \text{ noté}$$

Le nombre de permutation d'un ensemble de  $n$  éléments parmi  $n$  est

$$A_n^n = (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1 \text{ (On la note } n!)$$

### Exemple

## III- Combinaison

### 3-1 Définition

Soient  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $E$  un ensemble finie de  $n$  éléments et  $p$  un entier vérifiant  $1 \leq p \leq n$ .

On appelle combinaison de  $p$  éléments de  $E$  toute partie (ou tout sous-ensemble) de  $E$  possédant  $p$  éléments.

### 3-2 Propriété

Soient  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $E$  un ensemble finie de  $n$  éléments et  $p$  un entier vérifiant  $1 \leq p \leq n$ .

Le nombre de combinaison de  $p$  éléments parmi  $n$  éléments est  $C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

### Remarque

$C_n^p$  présente le nombre de façons de choisir  $p$  objets parmi  $n$  (l'ordre n'est pas important et il n'y a pas de répétition).

### Exemple

### 3-3/ Propriétés

Pour tout entier  $n$  et tout entier  $p$  tel que  $1 \leq p < n$ , on a :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$$

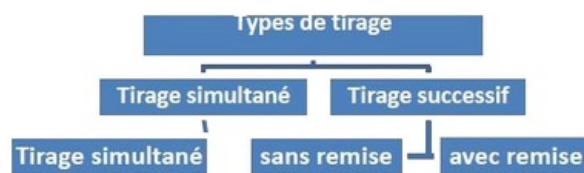
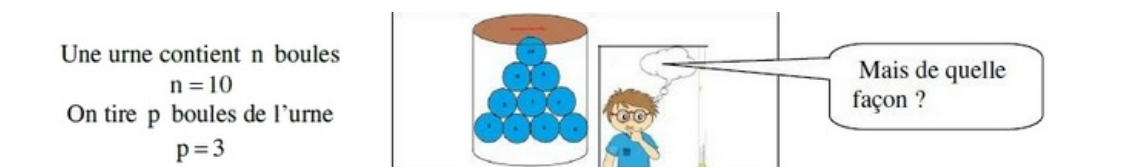
$$C_n^1 = C_n^n = C_n^{n-1} = n$$

$$C_n^p = C_n^{n-p}$$

$$C_n^0 = A_n^0 = 1 \text{ et } 0! = 1$$

$$C_{n+1}^p = C_n^p + C_n^{p-1}$$

## IV- Type de tirage



**1 Question :** On tire simultanément  $p=3$  boules de l'urne ; Quel est le nombre de cas possibles ?

**2 Question :** On tire successivement et sans remise  $p=3$  boules de l'urne ; Quel est le nombre de cas possibles ?

**3 Question :** On tire successivement et avec remise  $p=3$  boules de l'urne ; Quel est le nombre de cas possibles ?

Le nombre de tirages simultanés de  $p$  éléments parmi  $n$  est :  $C_n^p$

Le nombre de tirages successivement et sans remise de  $p$  éléments parmi  $n$  est :  $A_n^p$ .

Le nombre de tirages successivement avec remise de  $p$  éléments parmi  $n$  est :  $n^p$ .

## V- Cardinal d'un ensemble fini

### 5-1/ Définition

On considère un ensemble fini  $E$  de  $n$  éléments distincts :  $E = \{x_1; x_2; \dots; x_n\}$ .

On appelle cardinal de  $E$  son nombre d'éléments  $n$  et on écrit :  $card(E) = n$ .

### 5-2/ Propriétés

Si  $E$  est un ensemble fini et si  $F \subset E$  alors  $F$  est fini et  $card(F) \leq card(E)$ .

Si  $E$  et  $F$  sont finis alors,  $E \cup F$  est fini et  $card(E \cup F) = card(E) + card(F) - card(E \cap F)$ .

Si  $E \cap F = \emptyset$  (sont disjoints) et fini alors  $card(E \cup F) = card(E) + card(F)$ .  
 $card\emptyset = 0$ , (où  $\emptyset$  est l'ensemble vide).

## VI- Exercices

### 6-1/ Exercice 1

1. Quels sont les nombres de deux chiffres distincts que l'on peut former à partir des chiffres suivants : 1 ,2 et 3.
2. Quels sont les nombres de deux chiffres que l'on peut former à partir des chiffres suivants : 1, 2 et 3.
3. Avant de venir au lycée, vous ouvrez votre armoire et les seuls vêtements propres que vous avez sont deux chemises, 3 jackets et 4 pantalons. Combien de tenus pouvez-vous porter ?
4. Dans la classe, il y a 21 filles et 12 garçons. Il faut une fille et un garçon pour représenter la classe dans un événement culturel. Combien de possibilités de choix ?
5. Dans une carte au restaurant, on peut composer son menu avec : 8 choix possibles d'entrée, 2 choix de plat principal et 5 choix de dessert. Combien de possibilités de choix de menu ?
6. Combien de nombres de trois chiffres on peut former avec les chiffres Suivants : 0; 1; 2; 3; 4; ... 9 ?
7. On lance une pièce de monnaie 2 fois de suites. Combien de possibilités ?

### 6-2/ Exercice 2

1. On cherche à faire une commission de 3 élèves parmi 10 élèves pour créer une association (Président, secrétaire, trésorier), on choisit les élèves un par un. Combien de commissions peut-on faire ?
2. Après les prolongations d'un match de football, l'entraîneur doit choisir les cinq tireurs de penaltys parmi les onze joueurs et l'ordre de passage de chacun. Combien de choix a-t-il?
3. Un tournois sportif compte 8 équipes engagées. Chaque équipe doit rencontrer toutes les autres une seule fois. Combien doit-on organiser de matchs ?

### 6-3/ Exercice 3

Une urne contient  $n=9$  boules : 2 Rouges, 4 vertes et 3 blanches.

1. On tire simultanément  $p=3$  boules de l'urne.
  - Quel est le nombre de choix possible ?
  - Quel est le nombre de choix de 3 boules vertes ?
  - Quel est le nombre de choix de 3 boules de même couleur ?
  - Quel est le nombre de choix de 3 boules de couleurs différents deux à deux ?
  - Quel est le nombre de choix de 2 boules rouges et une boule bleue ?

On tire successivement et sans remis  $p=3$  boules de l'urne.

2. Répondez aux mêmes questions ?

On tire successivement avec remis  $p=3$  boules de l'urne.

3. Répondez aux mêmes questions ?