

Mathématiques : 3ème Année Collège

Séance 12 (Repère dans le plan)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- Les coordonnées d'un point

1-1/ Repère Orthonormé du Plan

1-2/ Coordonnées d'un point

1-3/ Coordonnées du milieu d'un segment

II- Les coordonnées d'un vecteur

2-1/ Propriété 1

2-2/ Propriété 2

2-3/ Propriété 3

III- La distance entre deux points

IV- Exercices

4-1/ Exercice 1

4-2/ Exercice 2

4-3/ Exercice 3

4-4/ Exercice 4

4-5/ Exercice 5

4-6/ Exercice 6

4-7/ Exercice 7

I- Les coordonnées d'un point

1-1/ Repère Orthonormé du Plan

Un repère orthonormé est un ensemble de deux axes gradués avec la même unité ($OI = OJ = 1\text{unité}$), perpendiculaires et ayant la même origine.

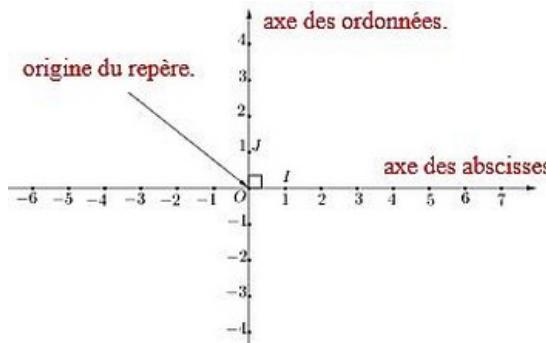
On le note $(O; I; J)$.

La droite (OI) est appelée l'axe des abscisses.

La droite (OJ) est appelée l'axe des ordonnées.

Le point O est appelé l'origine du repère.

Dans ce cours le Plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; I; J)$:



1-2/ Coordonnées d'un point

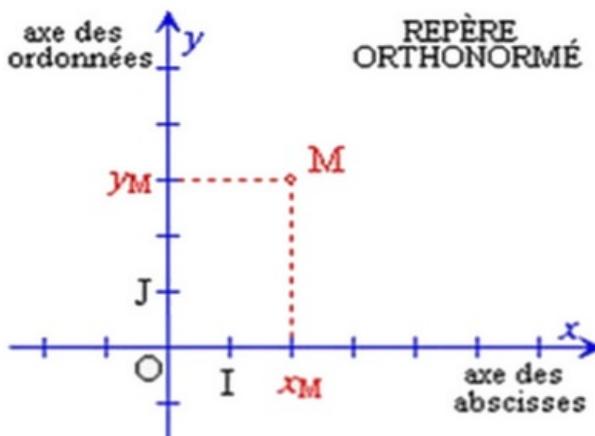
Définition

Soit un repère orthonormé $(O; I; J)$.

Tout point M du plan est repéré par un unique couple de réels $(x_M; y_M)$.

Ce couple $(x_M; y_M)$ est appelé coordonnées du point M .

- x_M : L'abscisse du point M .
- y_M : L'ordonnée du point M .



Remarque importante

Si le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; I; J)$, alors :

$$O(0; 0) ; I(1; 0) ; J(0; 1)$$

Si M appartient à l'axe des abscisses alors son ordonné est nul. On écrit :

$$M(x_M; 0)$$

Si M appartient à l'axe des ordonnées alors son abscisse est nul. On écrit :

$$M(0; y_M)$$

1-3/ Coordonnées du milieu d'un segment

Dans un repère $(O; I; J)$, on considère les points $A (x_A; y_A)$ et $B (x_B; y_B)$.

Si K est le milieu du segment $[AB]$ alors :

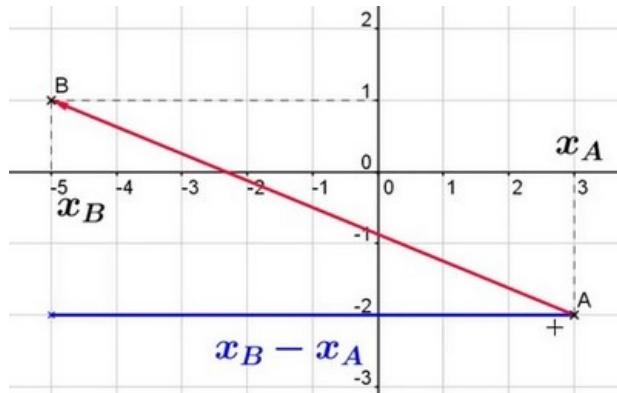
$$K\left(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

II- Les coordonnées d'un vecteur

2-1/ Propriété 1

Dans un plan rapporté à un repère $(O; I; J)$, on considère les points $A (x_A; y_A)$ et $B (x_B; y_B)$.

Les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} sont : $(x_B - x_A; y_B - y_A)$



Exemples

2-2/ Propriété 2

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes coordonnées.

Si $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ alors $\begin{cases} x_C - x_D = x_B - x_A \\ y_C - y_D = y_B - y_A \end{cases}$

2-3/ Propriété 3

Si $\overrightarrow{AB}(x; y)$ et $\overrightarrow{CD}(x'; y')$ Alors $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}(x + x'; y + y')$

Soit k un nombre réel, \overrightarrow{kAB} a pour coordonnées $(kx; ky)$.

III- La distance entre deux points

Propriété

Dans un repère orthonormé, soient $E (x_E; y_E)$ et $F (x_F; y_F)$.

Alors, la distance entre E et F est donnée par :

$$EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2}$$

Conséquence

Si $\overrightarrow{AB}(x; y)$, alors $AB = \sqrt{x^2 + y^2}$

Exemples

IV- Exercices

4-1/ Exercice 1

On considère les points :

$$\begin{aligned} & A(-2; 3), \quad B\{5; 1\} \\ & C(-6, 5; -2), \quad D(-8; -3, 2) \\ & E\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{2}\right), \quad F\left(-\frac{1}{4}; -\frac{7}{4}\right) \\ & G\left(11; -\sqrt{3}\right), \quad H\left(-4; \sqrt{12}\right) \end{aligned}$$

1. Calculer les coordonnées des vecteurs :

$$\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}; \overrightarrow{EF}; \overrightarrow{GH}; \overrightarrow{CB}; \overrightarrow{FD}$$

4-2/ Exercice 2

On considère un repère du plan.

1. Dans chacun des cas, déterminer les coordonnées du milieu I de $[AB]$:

$$\begin{aligned} & a) A(1; -5) \text{ et } B(3; -9) \\ & b) A(-2; 1) \text{ et } B(2; 0) \\ & c) A(-3; \sqrt{2}) \text{ et } B(2; -\sqrt{2}) \end{aligned}$$

2. Calculer les coordonnées du point B tel que I est le milieu du segment $[AB]$:

$$\begin{aligned} & a) A(2; -3) \text{ et } I(4; 3) \\ & b) A(-1; -2) \text{ et } I(5; 0) \end{aligned}$$

4-3/ Exercice 3

Dans un repère orthonormé du plan, on considère les points $A(4; 1)$, $B(0; 4)$ et $C(-6; -4)$

1. Calculer AB , AC et BC .
2. En déduire que le triangle ABC est rectangle.
3. Trouver les coordonnées du centre du cercle circonscrit à ce triangle. Quel est son rayon ?

4-4/ Exercice 4

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(6; 3)$, $B(3; 2)$ et $C(7; 0)$.

1. Construire les points A , B et C .
2. Déterminer le couple de coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BC} .
3. Calculer les distances AB , AC et BC .
4. Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle en A .

On considère le point $D(4; -1)$.

5. Construire le point D .

6. Montrer que les segments $[AD]$ et $[BC]$ ont le même milieu.
7. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

4-5/ Exercice 5

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(3; 4)$, $B(3; -2)$ et $C(-4; -2)$.

1. Tracer la figure.
2. Déterminer la nature du triangle ABC .
3. Calculer les coordonnées du point K le centre du cercle circonscrit du triangle ABC .
4. Déterminer les coordonnées du point D l'image de B par la translation de vecteur \overrightarrow{AC} .
5. Calculer les coordonnées du point E tel que : $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BE}$.
6. Montrer que le point C est le milieu de $[DE]$.
7. Calculer les coordonnées du point N tel que : $\overrightarrow{AN} = -3\overrightarrow{AB}$.
8. Calculer les coordonnées du point F point d'intersection de la droite (AB) et l'axe des abscisses.

4-6/ Exercice 6

On considère les points $A(4; 1)$; $B(2; 3)$; $C(-1; 0)$ et $D(1; -2)$.

1. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.
2. Calculer les distances AB , AC et BC .
3. Montrer que $ABCD$ est un rectangle.

4-7/ Exercice 7

On considère les points $A(1; 2)$; $B(3; 1)$; $C(-1; 1)$ et $D(1; 0)$.

1. Quelle est la nature du triangle ABC ?
2. Comparer les vecteurs \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BD} .
3. Montrer que $ABDC$ est un losange.
4. Calculer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{CE} = \frac{5}{2}\overrightarrow{CD}$.