Mathématiques : 2Bac Eco-SGC

Semestre 2 Devoir 1 Modèle 1

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

I- Exercice 1 (15 pts)

Partie 1

Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=x-1+\ln(x)$

1. Calculer $g'(x)$ pour tout $x\in]0,+\infty[$ puis déduire leur signe.
2. Calculer $g(1)$ puis donner le tableau de variation de g (le calcul des limites n'est pas demandé).
3. En déduire que $g(x)\geq 00$ sur $[1,+\infty[$ et $g(x)\leq 0$ sur $]0,1]$.

Partie 2

On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f\left(x\right)=\left(\frac{x-1}{x}\right)\ln(x)$

Soit $\left(C_f\right)$ sa courbe représentative dans.un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

4. Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$, puis interpréter géométriquement le résultat.
5. Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$, puis interpréter géométriquement le résultat.
6. Montrer que $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ pour tout $x\in]0,+\infty[$.
7. Étudier le signe de $f'(x)$ puis donner le tableau de variation de la fonction f.
8. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse e.
9. Tracer $\left(C_f\right)$.

Partie 3

10. Montrer que $H : x\to\frac{1}{2}\ln^2 x$ est une fonction primitive de la fonction $h : x\to\frac{\ln x}{x}$
11. Vérifier que la fonction F définie sur $]0,+\infty[$ par $F(x)=x\ln x-x$ est une fonction primitive de la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\ln x$.

I- Exercice 2 (5 pts)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$t^2-3t+2=0$$

2. Déduire dans $]0,+\infty[$ les solutions de l'équation :

$$(\ln x)^2-3\ln x+2=0$$

3. Déduire dans $]0,+\infty[$ l'ensemble des solutions de l'inéquation :

$$(\ln x)^2 - 3\ln x + 2 < 0$$