AlloSchool

Mathématiques : 2ème Année Collège

Séance 11 (Triangle rectangle et cercle)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- Milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle

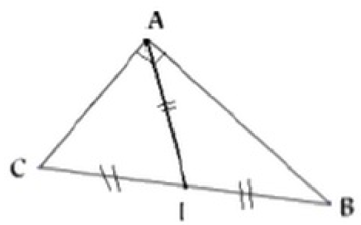
1-1/ Propriété directe

Si un triangle est rectangle, alors le milieu de son hypoténuse estéquidistant aux sommets de ce triangle.

Exemple

ABC est un triangle rectangle en A, et I le milieu du segment $[BC]$.

Donc : $IA = IB = IC$



1-2/ Propriété réciproque

Si dans un triangle le milieu de l'un de ses côté est équidistant à ses sommets, alors ce triangle est rectangle au sommet opposé à ce côté.

Autrement dit

ABC est un triangle rectangle et I le milieu du segment $[BC]$.

Si $IA = IB = IC$, alors ABC est un triangle rectangle en A.

Exemple

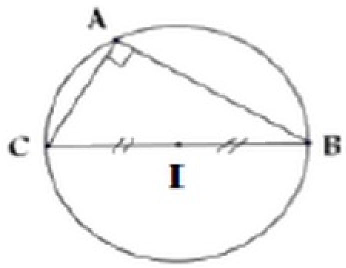
II- Cercle circonscrit à un triangle rectangle

2-1/ Propriété directe

Si un triangle est rectangle, alors le milieu de l'hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit.

ABC est un triangle rectangle en A, et I le milieu du segment $[BC]$.

Donc : $IA = IB = IC$, alors I est le centre du cercle circonscrit du triangle ABC.



2-2/ Propriété réciproque

Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle au sommet opposé à ce côté.

Autrement dit

Si ABC est un triangle inscrit dans un cercle de diamètre $[BC]$, alors ce triangle est rectangle en A.

Exemple

III- Exercices

3-1/ Exercice 1

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $BC = 8cm$.

Et soit E le milieu de $[BC]$.

1. Tracer la figure.
2. Montrer que AEC est un triangle isocèle.
3. Déduire la longueur EA.

3-2/ Exercice 2

ABC est un triangle rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 20^\circ$, et le point I est le milieu de $[BC]$.

1. Calculer l'angle $\widehat{AIB}$.
2. Calculer l'angle $\widehat{IAH}$ tel que H représente le projeté orthogonal du point A sur (BC).

3-3/ Exercice 3

Soit AEB un triangle isocèle en E tel que $\widehat{EAB} = 50^\circ$, et soit C le symétrique de A par rapport à E.

1. Tracer la figure.
2. Montrer que le triangle ABC est rectangle.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

3-4/ Exercice 4

ABC est un triangle et (AH) est la hauteur relative à la côte $[BC]$.

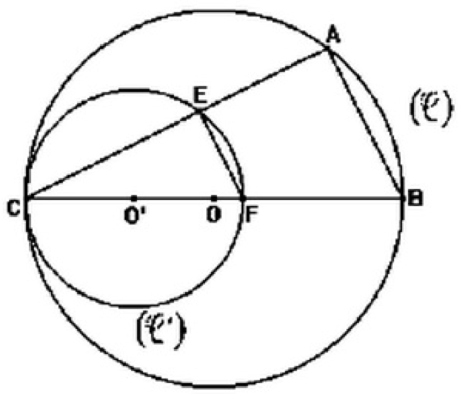
Soit le point O le milieu de la côte $[AB]$.

1. Dessiner la figure.
2. Prouver que le point O est le centre du cercle circonscrit du triangle ABH.

3-5/ Exercice 5

(C) est un cercle de centre O et (C') est un cercle de centre O'.

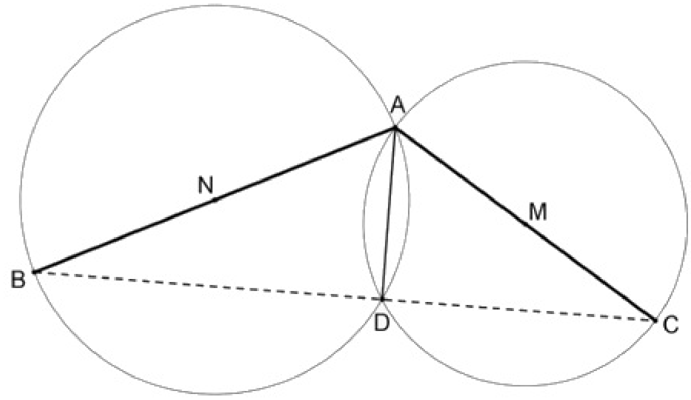
Les points A, B et C appartiennent au cercle (C), et les points E, F et C appartiennent au cercle (C') :



1. Prouver que : $(AB) \parallel (EF)$

3-6/ Exercice 6

Le cercle de centre N et de diamètre $[AB]$ coupe le cercle de centre M et de diamètre $[AC]$ en deux points distincts A et D :



1. Démontrer que les points B, C et D sont alignés.