AlloSchool

Mathématiques : 3ème Année Collège

Séance 10 (Équations et inéquations)

Professeur : Mr BENGHANI Youssef

Sommaire

I- Équations du premier degré à une inconnue

1-1/ Définition

Soient a, b et x des nombres réels.

Toute égalité de la forme: $ax + b = 0$ s'appelle équation du premier degré à une inconnue x.

Exemple

1-2/ Résolution d'une équation

Définition

Résoudre une équation c'est trouver toutes les valeurs possibles de l'inconnue telles que l'égalité soit vraie.

Chacune de ces valeurs est appelée solution de l'équation.

Équation de la forme $a + x = b$

L' équation $a + x = b$ a une solution : la différence $b - a$

Exemple

Équation de la forme $ax = b$

L' équation $ax = b$ a une solution si $a \neq 0$: le quotient $\frac{b}{a}$

Exemple

Équation de la forme $(ax + b)(cx + d) = 0$

<u>Propriété 1 :</u>

Soient A et B deux nombres réels.

Si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$.

<u>Propriété 2 :</u>

a, b, c, d et x sont des nombres réels.

Les solutions de l'équation $(ax + b)(cx + d) = 0$ sont les solutions des équations $ax + b = 0$ et $cx + d = 0$.

Exemple

Équation de la forme $x^2 = a$

Soit l'équation $x^2 = a$ où x est l'inconnue et a est un nombre relatif donné.

- Si $a > 0$, alors cette équation a deux solutions : $x = \sqrt{a}$ et $x = -\sqrt{a}$.
- Si $a = 0$, alors cette équation a une seule solution : $x = 0$.
- Si $a < 0$, alors cette équation n'a pas de solution.

Exemple

II- Inéquations du premier degré à une inconnue

2-1/ Définition

Soient a, b et x des nombres réels.

Toute inégalité de la forme : $ax + b > 0$ ou $ax + b \geq 0$ ou $ax + b < 0$ ou $ax + b \leq 0$ s'appelle inéquation du premier degré à une inconnue x.

2-2/ Résolution d'une inéquation

Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs que l'on peut donner à l'inconnue pour que l'inégalité soit vraie.

Ces valeurs sont les solutions de l'inéquation.

III- Résolutions des problèmes

3-1/ Méthode pour résoudre un problème

On doit écrire les étapes suivantes :

1. Choix de l'inconnue
2. Mise en équation (en inéquation)
3. Résolution de l'équation (inéquation)
4. Vérification
5. Interprétation du résultat et conclusion

3-2/ Exemples

Exemple 1

Déterminer trois nombres consécutifs entiers naturels dont la somme est 309.

Exemple 2

Kawtar et Hicham choisissent un même nombre.

Kawtar le multiplie par 10 puis soustrait 2 au résultat obtenu.

Hicham le multiplie par 8 et ajoute 8 au résultat obtenu.

Ils obtiennent tous les deux le même résultat.

- Quel nombre Kawtar et Hicham avaient-ils choisi au départ ?

IV- Exercices

4-1/ Exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

$$A\Big)\ 2x+1-\tfrac{x+1}{2}=3x$$

$$B\Big)\ \sqrt{3}x+3=0$$

$$C\Big)\ \tfrac{x+2}{\sqrt{2}}-2x=x$$

$$D\Big)\ -3x+\sqrt{2}=0$$

$$E)\ 2x+11=0$$

$$F\Big)\ \sqrt{5}x-1=\sqrt{5}-x$$

$$G)\ 4x-7-2\left(4x+1\right)=-2\left(3+2x\right)-3$$

$$H\Big)\ \tfrac{3-2x}{5}-\tfrac{x-2}{10}=\tfrac{5x+2}{2}-\tfrac{1}{5}$$

$$I\Big)\ x\left(x-1\right)=x^2+5$$

$$J)\ 13x+2-\left(x-3\right)=x-5-3\left(x+12\right)+4x$$

4-2/ Exercice 2

Résoudre les inéquations suivantes et représenter les solutions sur une droite graduée :

$$A)\ \sqrt{5}x+1>3+3x$$
$$B)\ 7x-1\leq 9+\sqrt{2}x$$
$$C)\ -4x-1>0$$
$$D)\ 3x+2\geq 0$$
$$E)\ \frac{2x+1}{4}>\frac{-5x+4}{5}+\frac{3x}{2}$$
$$F)\ \frac{3+2x}{6}-\frac{3+x}{4}<0$$
$$G)\ -4x+5\leq 3(-x+8)-x-13$$

4-3/ Exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

$$A)\ 25x^2-30x+9=0$$
$$B)\ (x-2)^2(2x+3)=0$$
$$C)\ \frac{2x+1}{\sqrt{3}}(-3x+5)=0$$
$$D)\ 2x\left(-x+\sqrt{2}\right)\left(x\sqrt{3}-1\right)=0$$
$$E)\ 4x^2-9+(2x+3)(x-1)=0$$
$$F)\ \left(x+\sqrt{3}\right)^2=(2x+3)\left(x+\sqrt{3}\right)$$
$$G)\ (2x+3)(x-1)+2x(x-1)=0$$
$$H)\ 25x^2-3=0$$
$$I)\ (7x-2)^2=16$$
$$J)\ x^2+25=0$$

4-4/ Exercice 4

Trois personnes se partagent une somme de 1 900 DH.

La seconde reçoit 70 DH de plus que la première.

La part de la troisième est égale au double de la part de la première moins 150 DH.

1. Calculer la part de chaque personne.

4-5/ Exercice 5

Un parc de loisirs propose plusieurs tarifs :

- Tarif 1 : 70DH par entrée
- Tarif 2 : un abonnement de 350 DH puis 45DH par entrée

1. À partir de combien d'entrées le tarif 2 est-il plus avantageux que le tarif 1 ?

Ce parc propose aussi un tarif 3 : un abonnement annuel de 1430 DH pour un nombre illimité d'entrées.

2. À partir de combien d'entrées le tarif 3 est-il plus avantageux que le tarif 2 ?

4-6/ Exercice 6

Dans une classe de 3AC, deux septièmes des élèves apprennent l'anglais, la moitié des élèves apprennent l'espagnol, et les six restants apprennent l'italien.

1. Combien y a t-il d'élèves dans cette classe ?

4-7/ Exercice 7

L'âge d'une femme est de 35 ans et a deux enfants âgés de 7 et 10 ans.

1. Après combien d'années, l'âge de la femme sera égal à la somme des âges de ses deux enfants ?

4-8/ Exercice 8

On donne l'expression algébrique E tel que $E = (x+1)^2 - 4$

1. Développer et simplifier l'expression E
2. Factoriser l'expression E
3. Résoudre l'équation $x^2 + 2x - 3 = 0$