

I- Exercice 1

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$

- 1) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur son domaine de définition qu'on déterminera
- 2)
 - a- Montrer que f^{-1} est dérivable en 0 et en $\sqrt{2}$
 - b- Calculer $(f^{-1})'(\sqrt{2})$ (on remarque que $f(1) = \sqrt{2}$)

II- Exercice 2

Partie 1

On considère la fonction numérique g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = x^3 + \sqrt{x} - 2$

- 1) Étudier la dérivabilité de g à droite en 0
- 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
- 3)
 - a- Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$
 - b- En déduire que g est strictement croissante sur l'intervalle $]0; +\infty[$
 - c- Dresser le tableau de variations de g
- 4) Calculer $g(1)$ et en déduire le signe de $g(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$

Partie 2

On considère la fonction numérique f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{x^3 - 4\sqrt{x} + 4}{x}$

Et soit (\mathcal{C}_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et donner une interprétation géométrique du résultat obtenu
- 2)
 - a- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 - b- Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ et interpréter le résultat graphiquement
- 3)
 - a- Montrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$ on a : $f'(x) = \frac{2g(x)}{x^2}$
 - b- Dresser le tableau de variation de la fonction f

4) Écrire une équation de la tangente (T) à la courbe (\mathcal{C}_f) au point d'abscisse 4

5) Tracer (\mathcal{C}_f)