

I- Exercice 1

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 ; & x < 1 \\ \sqrt{x} ; & x \geq 1 \end{cases}$

1)

a- Montrer que f est continue en 1

b- Étudier la continuité de f sur $]-\infty; 1[$ et sur $[1; +\infty[$

c- Étudier la continuité de f sur \mathbb{R}

2)

a- Étudier la dérivabilité de f à droite de 1 et interpréter le résultat

b- Étudier la dérivabilité de f à gauche de 1 et interpréter le résultat

II- Exercice 2

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 + \sqrt{x} - 1$

1) Déterminer le domaine de définition de f

2) Calculer $f(1)$ et $f(0)$

3) Calculer $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

4)

a- Montrer que f est continue sur $[0; +\infty[$

b- Étudier la dérivabilité de f à droite de 0 puis interpréter le résultat

c- Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$

d- Dresser le tableau de variations de f

5)

a- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α tel que $\alpha \in]0; 1[$

b- Déduire le signe de f sur les intervalles $[0; \alpha]$ et $[\alpha; +\infty[$

6)

a- Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J

b- Déterminer l'intervalle J

c- Montrer que f^{-1} est strictement croissante sur J

d- Déterminer $(f^{-1})'(1)$