Mathématiques : 2Bac Eco-SGC

Semestre 1 Devoir 2 Modèle 1

Professeur : Mr ETTOUHAMY Abdelhak

I- Exercice 1

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$

1) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur son domaine de définition qu'on déterminera

2)

a- Montrer que f^{-1} est dérivable en 0 et en $\sqrt{2}$

b- Calculer $\left(f^{-1}\right)'\left(\sqrt{2}\right)$ (on remarque que $f(1) = \sqrt{2}$)

II- Exercice 2

Partie 1

On considère la fonction numérique g définie sur $[0;+\infty[$ par : $g(x) = x^3 + \sqrt{x} - 2$

1) Étudier la dérivabilité de g à droite en 0

2) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

3)

a- Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in]0;+\infty[$

b- En déduire que g est strictement croissante sur l'intervalle $[0;+\infty[$

c- Dresser le tableau de variations de g

4) Calculer $g(1)$ et en déduire le signe de $g(x)$ pour tout $x \in [0;+\infty[$

Partie 2

On considère la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{x^3-4\sqrt{x}+4}{x}$

Et soit $(\mathscr{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ et donner une interprétation géométrique du résultat obtenu

2)

a- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b- Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} - +\infty$ et interpréter le résultat graphiquement

3)

a- Montrer que pour tout $x \in]0;+\infty[$ on a : $f'(x) = \frac{2g(x)}{x^2}$

b- Dresser le tableau de variation de la fonction f

4) Écrire une équation de la tangente (T) à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ au point d'abscisse 4

5) Tracer $\left(\mathscr{C}_f\right)$