

## I- Exercice 1

(Toutes les questions de cet exercice sont indépendantes)

1. Calculer les limites suivantes :

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x - x^3 &= \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1+x^2} - x &= \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-4x^2}{2x+1} &= \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 + 1 - \sqrt{1+x^2} &= \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} &= \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1} &= \end{aligned}$$

2. Montrer que :

$$\frac{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{32}}{\sqrt[3]{\sqrt{8}}} = \sqrt[3]{4}$$

3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations et inéquations suivantes :

$$\begin{aligned}(1-x)^3 &= -8 \\ \sqrt[3]{x+2} &< 2 \\ x^6 + 2x^3 - 3 &= 0\end{aligned}$$

## II- Exercice 2

Soit  $h$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} h(x) = \frac{x^3+x-2}{x-1}, & x \neq 1 \\ h(1) = 4 \end{cases}$$

- Montrer que la fonction  $h$  est continue sur les intervalles  $]-\infty, 1[$  et  $]1, +\infty[$ .
- Est-ce que  $h$  est continue sur  $\mathbb{R}$  ?

## III- Exercice 3

- Montrer que l'équation  $x^3 + x - 1 = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans  $\mathbb{R}$  et que  $0 < \alpha < 1$ .
- En utilisant la méthode de dichotomie donner un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude 0,25.
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $x^3 + x - 1 > 0$ .
- Donner le tableau de variation de la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$g : x \mapsto \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - x + 1$$

## IV- Exercice 4

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}_*^+$  par  $f(x) = \frac{1-x^2}{x}$ .

1. Montrer que la fonction  $f$  est continue sur l'intervalle  $\mathbb{R}_*^+$ .
2. Montrer que  $f$  est strictement décroissante sur l'intervalle  $\mathbb{R}_*^+$ .
3. Dédurre que la fonction  $f$  admet une fonction réciproque  $f^{-1}$  en déterminant son domaine de définition.
4. Calculer  $f^{-1}(0)$  et  $f^{-1}\left(\frac{-3}{2}\right)$ .
5. Comparer les deux nombres  $f^{-1}\left(\sqrt{2}\right)$  et  $f^{-1}\left(\sqrt[3]{2}\right)$ .
6. Déterminer  $f^{-1}(x)$  pour tout  $x$  appartenant au domaine de définition de  $f^{-1}$ .