المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2023

NR 24 | عناصر الإجابة | sssssssssssssssssss-sss

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	المعامل	9

التمرين1			عناصر الإجابة	سلم التنقيط
I	-1	أ)	المتفاوتة المزدوجة.	0.25x2
		ب)	المتفاوتة المزدوجة.	0.25x2
	-2		$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \dfrac{g(x)-1}{x} = \dfrac{-1}{2}$	0.5
II	-1		حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$	0.25
			التأويل المبياني.....	0.25
	-2	أ)	اتصال f على اليمين في 0	0.25
		ب)	التحقق من المتساوية.	0.25
		ج)	استنتاج و حساب $f'_d(0)$	0.25x2
	-3		اشتقاق f على $]0,+\infty[$	0.25
			$\forall x\in]0,+\infty[\ ;\ f'(x)=\dfrac{x-(1+x)^2 ln(1+x)}{x^2(1+x)}e^{-x}$	0.5
	-4	أ)	البرهنة على المتفاوتة المزدوجة.	0.25x2
		ب)	استنتاج تأطير $f'(x)$ على $]0,+\infty[$	0.25
	-5	أ)	جدول تغيرات f	0.25
		ب)	إنشاء المنحنى(C).....	0.5
			نصف المماس على اليمين عند النقطة ذات الأفصول 0.....	0.25
III	-1		وجود و وحدانية α	0.5
	-2	أ)	البرهنة على: $\forall n\in\mathbb{N}\ ;\ u_n\geq 0$	0.5
		ب)	تطبيق مبرهنة التزايدات المنتهية أو متفاوتة التزايدات المنتهية.	0.5
		ج)	البرهان بالترجع.	0.5
		د)	تقارب المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ نحو α	0.25

التمرين2		عناصر الإجابة	سلم التنقيط
-1	أ)	تطبيق مبرهنة التزايدات المنتهية.	0.5
	ب)	حساب المسافة M_kM_{k+1}	0.25
	ج)	البرهنة على المتفاوتة المزدوجة.	0.25x2
-2	أ)	البرهنة على المتفاوتة المزدوجة.	0.25x2
	ب)	استنتاج $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$	0.5

التمرين3		عناصر الإجابة	سلم التنقيط
-1	أ)	الشكل الأسي للعدد $1-i$	0.25
		الشكل الأسي للعدد $1+\sqrt{3}i$	0.25
	ب)	البرهنة على المتساوية: $e^{i\frac{\pi}{12}}=\dfrac{(1-i)\left(1+\sqrt{3}i\right)}{2\sqrt{2}}$	0.25
	ج)	استنتاج المتساوية: $\tan\dfrac{\pi}{12}=2-\sqrt{3}$	0.25
	د)	البرهنة على المتساوية: $u=(\sqrt{6}-\sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{12}}$	0.5
-2	أ)	البرهان بالترجع على أن: $\forall n\in\mathbb{N}$, $x_n+iy_n=u^n$	0.5
	ب)	استنتاج تعبيري x_n و y_n	0.25x2
-3	أ)	تحديد الأعداد الصحيحة n التي تكون من أجلها النقط O و A_0 و A_n مستقيمية.	0.5
	ب)	البرهنة على أن لكل عدد صحيح n، المثلث OA_nA_{n+1} قائم الزاوية في A_n	0.5

التمرين4		عناصر الإجابة	سلم التنقيط
-1	أ)	البرهنة على أن : $2^{p-1}\equiv 1\ [p]$	0.25
	ب)	استنتاج: $2^{\frac{p-1}{2}}\equiv 1\ [p]$ أو $2^{\frac{p-1}{2}}\equiv -1\ [p]$	0.25
-2	أ)	البرهنة على أن p و x أوليان فيما بينهما.	0.5
	ب)	استنتاج: $2^{\frac{p-1}{2}}\equiv 1\ [p]$	0.5
-3		البرهنة على أن p يقسم C_p^k لكل $k\in\{1,2,...,p-1\}$	0.25
-4	أ)	البرهنة على المتساوية باستعمال صيغة مواڤر (Moivre)	0.25
	ب)	البرهنة على أن : $2^{\frac{p}{2}}\cos\left(p\dfrac{\pi}{4}\right)\in\mathbb{Z}$ و $2^{\frac{p}{2}}\cos\left(p\dfrac{\pi}{4}\right)\equiv 1[p]$	0.25x2
-5		استنتاج.	0.5

التمرين5			عناصر الإجابة	سلم التنقيط
I	-1		البرهنة على أن E زمرة جزئية للزمرة $\left(M_2(\square),+\right)$	0.5
	-2		البرهنة على أن E فضاء متجهي جزئي من الفضاء المتجهي $\left(M_2(\square),+,.\right)$	0.25
	-3	أ)	التحقق من المتساوية.	0.25
		ب)	استنتاج أن $\left(E,+,\times\right)$ حلقة تبادلية و واحدية.	0.5
	-4	أ)	التحقق من المتساوية.	0.25
		ب)	استنتاج أن $\left(E,+,\times\right)$ ليس جسما.	0.25
II	-1		البرهنة على التكافؤ.	0.25
	-2		البرهنة على أن $F-\{0\}$ زمرة جزئية للزمرة $\left(\times,\square^*\right)$	0.25
	-3	أ)	التحقق من المتساوية.	0.25
		ب)	البرهنة على أن φ تشاكل من $\left(F-\{0\},\times\right)$ نحو $\left(E,\times\right)$	0.25
		ج)	استنتاج أن $\left(G-\{O\},\times\right)$ زمرة تبادلية.	0.25
	-4		البرهنة على أن $\left(G,+,\times\right)$ جسم تبادلي.	0.25