الأعداد العقدية
تعاريف و خاصيات

الشكل الجبري

- $\mathbf{i}^2=-1$ ، $\mathbf{i}\notin \mathbf{IR}$
- $z\in C$ يعني $z=a+\mathbf{i}b$ حيث $(a,\ b)\in IR^2$ و يسمى الشكل الجبري
- $z\in \mathbf{i}\,IR$ يعني $z=\mathbf{i}b$ حيث $b\in IR$ و يسمى عددا تخيليا صرفا
- نكتب: $\mathrm{Re}(z)=a$ و $\mathrm{Im}(z)=b$

المرافق

a و b عددان حقيقيان

مرافق: $z=a+\mathbf{i}b$ هو $\overline{z}=a-\mathbf{i}b$

المعيار

a و b عددان حقيقيان

معيار $z=a+\mathbf{i}b$ هو $\boxed{|z|=\sqrt{a^2+b^2}}$

أمثلة: $\overline{7\mathbf{i}-\mathbf{8}}=-8-7\mathbf{i}$ ، $\overline{3+4\mathbf{i}}=3-4\mathbf{i}$ ، $|3+4\mathbf{i}|=\sqrt{9+16}=5$

متساويات هامة

$\boxed{\mathbf{i}=\frac{1}{2}(1+\mathbf{i})^2}$ ، $\boxed{-\mathbf{i}=\frac{1}{2}(1-\mathbf{i})^2}$ ، $\boxed{\mathbf{i}^4=1}$ ، $\boxed{\mathbf{i}^3=-\mathbf{i}}$ ، $\boxed{|z|=1\Leftrightarrow z\overline{z}=1\Leftrightarrow \overline{z}=\frac{1}{z}}$ ، $\boxed{z\overline{z}=|z|^2}$

خاصيات

لكل: $(a,\ b)\in IR^2$ و $(a',\ b')\in IR^2$:

$\boxed{\begin{matrix} a+\mathbf{i}b\in \mathbf{i}\,IR \Leftrightarrow a=0 \\ z\in \mathbf{i}\,IR \Leftrightarrow \mathrm{Re}(z)=0\end{matrix}}$ ، $\boxed{\begin{matrix} a+\mathbf{i}b\in IR \Leftrightarrow b=0 \\ z\in IR \Leftrightarrow \mathrm{Im}(z)=0\end{matrix}}$ ، $\boxed{a+\mathbf{i}b=a'+\mathbf{i}b' \Leftrightarrow \begin{cases} a=a' \\ b=b'\end{cases}}$

$\boxed{z\in \mathbf{i}\,IR \Leftrightarrow \overline{z}=-z}$ ، $\boxed{z\in IR \Leftrightarrow \overline{z}=z}$

لكل: $(z,\ z')\in C^2$

$\overline{z^n}=(\overline{z})^n$ ، $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)}=\frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$ ، $\overline{z\,z'}=\overline{z}\,\overline{z'}$ ، $\overline{z-z'}=\overline{z}-\overline{z'}$ ، $\overline{z+z'}=\overline{z}+\overline{z'}$

$|z+z'|\le|z|+|z'|$ ، $|z^n|=|z|^n$ ، $\left|\frac{z}{z'}\right|=\frac{|z|}{|z'|}$ ، $|z||z'|=|z\,z'|$

حالات خاصة لكل $a\in IR$

$\overline{z+\mathbf{i}z'}=\overline{z}-\mathbf{i}\,\overline{z'}$ ، $\overline{z+a\,z'}=\overline{z}+a\,\overline{z'}$ ، $\overline{\mathbf{i}z}=-\mathbf{i}\,\overline{z}$ ، $\overline{a\,z}=a\,\overline{z}$ ، $\overline{\mathbf{i}}=-\mathbf{i}$ ، $\overline{a}=a$

انتبه: $z+\mathbf{i}z'$ و $z-\mathbf{i}z'$ ليسا مترافقين، لأن z و z' ليسا بالضرورة حقيقيان.