

الذبذبات القسرية في دائرة RLC متوالية
les oscillations forcées dans un circuit RLC série

1- النظام المتناوب الجيبي

1- التوتر المتناوب الجيبي

نعتبر عن التوتر المتناوب الجيبي بـ : $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$

حيث ω : النبض بـ rad/s حيث $\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}$

φ_u : طور التوتر عند أصل التواريخ بـ (rad).

$(\omega t + \varphi_u)$: الطور التوتر عند اللحظة t بـ (rad).

U_m القيمة القصوى للتوتر بـ V بينما القيمة الفعالة فتعطى بالعلاقة $I = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ و تقاس باستعمال جهاز الفولطمتر

2- التيار المتناوب الجيبي

نعتبر عن التيار المتناوب الجيبي بـ : $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$

حيث ω : النبض بـ rad/s حيث $\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}$

φ_i : طور التيار عند أصل التواريخ بـ (rad).

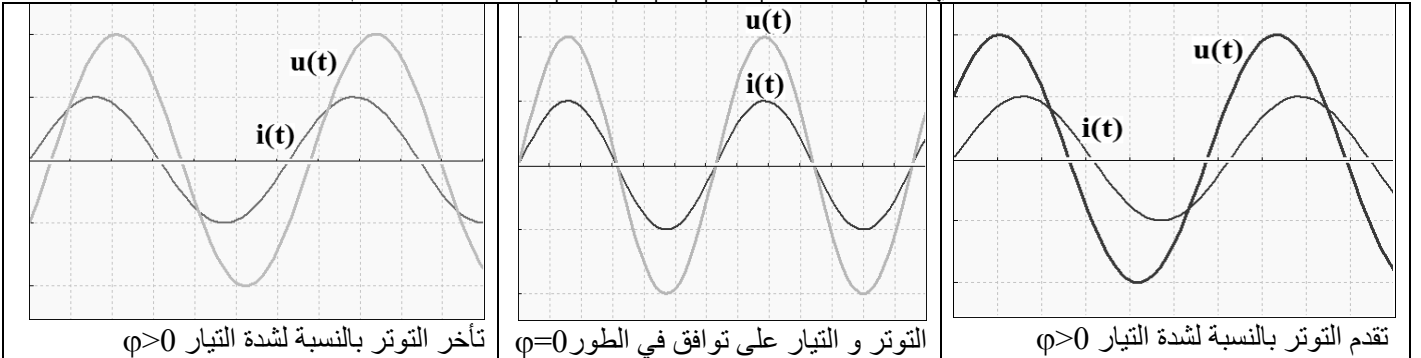
متوالية RLC الذبذبات القسرية في دائرة
 $(\omega t + \varphi_i)$: الطور التيار عند اللحظة t بـ (rad).

I_m القيمة القصوى للتيار بـ V بينما القيمة الفعالة فتعطى بالعلاقة $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ و تقاس باستعمال جهاز الامبيرمتر

3- طور التوتر بالنسبة للتيار

نعتبر عن $\varphi_{u/i}$ طور التوتر بالنسبة للتيار بـ : $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i = \varphi_u$

اصطلاحا نأخذ طور التيار هو أصل الأطوار اي $\varphi_i = 0$ ومنه $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i = \varphi_u = \varphi$ حيث تشير إلى تقدم أو تأخر التوتر بالنسبة لشدة التيار



تأخر التوتر بالنسبة لشدة التيار $\varphi > 0$

التوتر و التيار على توافق في الطور $\varphi = 0$

تقدم التوتر بالنسبة لشدة التيار $\varphi < 0$

كيف نحدد قيمة φ ؟

$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_{u/i})$ اي $u(t) = U_m \cos(\omega(t + \varphi_{u/i}/\omega))$ الكمية φ/ω تسمى التأخر الزمني فنكتب $\tau = \varphi_{u/i}/\omega$ و علما ان

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ نستنتج تعبير $\varphi_{u/i} = \tau \cdot \frac{2\pi}{T}$

عمليا يمكن قياس τ بين التوتر و التيار على شاشة راسم التذبذب من تحديد القيمة المطلقة للطور $\varphi_{u/i}$.

2- دراسة دائرة RLC متوالية في نظام جيبي و قسري

1- الذبذبات القسرية في دائرة RLC

التفسير	النتيجة	التجربة
المولد GBF يجبر الدارة RLC المتوالية على ان تتذبذب بتردد مخالف لتردها الخاص N_0 لدى نقول ان الذبذبات الناتجة ذبذبات القسرية المولد GBF يزود RLC بتوتر متناوب جيبي فنقول ان الدارة RLC المتوالية في نظام جيبي و قسري	- يظهر في الدارة RLC المتوالية تيار كهربائي شدته : $i(t) = I_m \cos \omega t$	يزود المولد GBF الدارة RLC المتوالية بتوتر متناوب جيبي : $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$

نسمي الدارة RLC المتوالية بـ " الرنان " و المولد GBF بـ " المثير " .

2- مفهوم الممانعة

نسمي Z ممانعة الدارة ، مقدار يميز الدارة RLC المتوالية بالنسبة لتردد معين و حدثها في النظام العالمي للوحدات هي Ω

تعبيرها : $Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R_{\text{éq}}^2 + (L \cdot 2\pi \cdot N - \frac{1}{C \cdot 2\pi \cdot N})^2}$

3- ظاهرة الرنين الكهربائي

1- إبراز ظاهرة الرنين الكهربائي

مهما كانت المقاومة الإجمالية للدائرة فإن :

- شدة التيار الفعال تأخذ قيمة قصوى عندما يتساوى N تردد GBF (المثير)
- عند $R=40\Omega$ الرنين حاد
- و عند $R=120\Omega$ الرنين ضبابي

- عند الرنين الكهربائي تعبير التردد هو : $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

2- الممانعة عند الرنين

تتغير ممانعة الدائرة مع التردد حيث $Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R_{\text{éq}}^2 + \left(L \cdot 2\pi \cdot N - \frac{1}{C \cdot 2\pi \cdot N}\right)^2}$

- عند الرنين يأخذ التيار أكبر قيمة أي ان تأخذ الممانعة Z تأخذ قيمة ادنى

أي $L \cdot 2\pi \cdot N - \frac{1}{C \cdot 2\pi \cdot N} = 0$ فنستنتج $Z=R$

- عند الرنين الكهربائي تعبير الممانعة هو : $Z=R_{\text{éq}}$

3- تعبير الطور عند الرنين

بصفة عامة نعبر عن الطور بالعلاقتين : $\tan \varphi = \frac{L \cdot 2\pi \cdot N - \frac{1}{C \cdot 2\pi \cdot N}}{R_{\text{éq}}}$ او $\cos \varphi = \frac{R_{\text{éq}}}{Z}$

عند الرنين $Z=R_{\text{éq}}$ و منه $\varphi=0^\circ$ أي التوتر u(t) و شدة التيار i(t) على توافق في الطور

4- المنطقة الممررة ذات (-3dB)

المنطقة الممررة هي مجال الترددات $[N_1, N_2]$ للمولد حيث تكون الاستجابة I

أكبر أو على الأقل تساوي $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ حيث I_0 هي الشدة الفعالة للتيار عند

الرنين".

- تحديد عرض المنطقة الممررة : الشكل جانبه

- تعبير عرض المنطقة الممررة

لدينا I_0 شدة التيار الفعالة عند الرنين حيث : $I_0 = \frac{U}{R}$ مع $(R_{\text{éq}} = R)$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \text{ مع } I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{U}{R \cdot \sqrt{2}}$$

$$\frac{U}{R \cdot \sqrt{2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \leftarrow 2R^2 = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 \leftarrow \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 = R^2$$

و بالتالي : عرض المنطقة الممررة

ببدلالة النبض ω :

$$\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$$

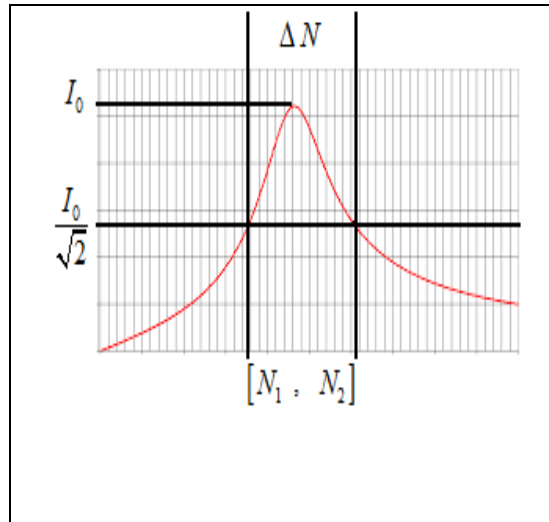
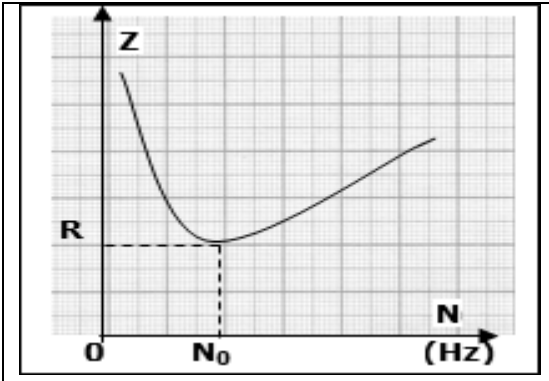
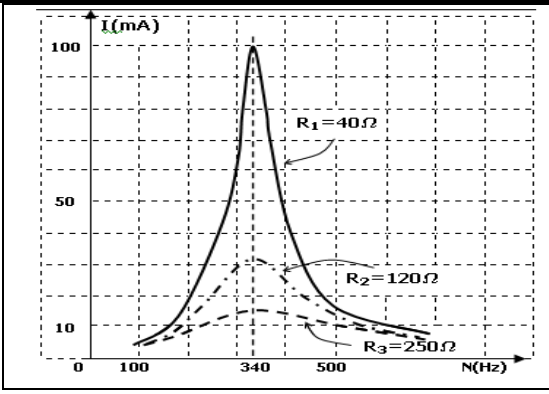
ببدلالة التردد N :

$$\Delta N = \frac{\Delta \omega}{2\pi} = \frac{R}{2\pi L}$$

$$\begin{cases} 1 - LC\omega_1^2 = RC\omega_1 \\ LC\omega_2^2 - 1 = RC\omega_2 \end{cases}$$

$$LC(\omega_2^2 - \omega_1^2) = RC(\omega_2 - \omega_1)$$

$$LC(\omega_2 + \omega_1)(\omega_2 - \omega_1) = RC(\omega_2 + \omega_1)$$



- ✓ عرض المنطقة الممررة لا يتعلق سوى بخصائص الدارة RLC .
- ✓ عرض المنطقة الممررة يتناسب اطرادا مع R مقاومة الدارة .
- ✓ إذا كانت R صغيرة تكون ΔN صغيرة و بالتالي الرنين حاد
- ✓ إذا كانت R كبيرة تكون ΔN صغيرة و بالتالي الرنين ضبابي

5- معامل الجودة

عند الرنين $\frac{1}{C.2\pi.N_0} = L.2\pi.N_0$ فإن معامل الجودة

$$Q = \frac{1}{R_{\text{eq}} \cdot C \cdot \omega_0} = \frac{1}{R_{\text{eq}} \cdot C \cdot 2\pi \cdot N_0}$$

نعلم ان $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$$Q = \frac{1}{R_{\text{eq}}} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

" يعرف معامل الجودة بالعلاقة :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} \text{ او } Q = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$$

حيث N_0 - التردد الخاص للدارة RLC

- ΔN : عرض المنطقة الممررة .

$$Q = \frac{L \cdot \omega_0}{R_{\text{eq}}} = \frac{L \cdot 2\pi \cdot N_0}{R_{\text{eq}}} \text{ فإن } \Delta \omega = \frac{R_{\text{eq}}}{L}$$

ب- ملحوظة:

$$* \text{ عند الرنين يكون التوتر الفعال : } U = R \cdot I_0 \text{ فإن } Q = \frac{L \omega_0 I_0}{R I_0} = \frac{1}{RC \omega_0} \frac{I_0}{I_0} = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U}$$

عندما يكون الرنين حادا تكون Q كبيرة جدا و بالتالي ، سيكون : $U_L > U$ و $U_C > U$ نسمي هذه الظاهرة ، ظاهرة "فرط التوتر" .

4- القدرة في النظام المتناوب الجيبي

1- القدرة اللحظية P

نعتبر ثنائي القطب AB ، يمر فيه تيار كهربائي شدته اللحظية :

$$i(t) = I\sqrt{2} \cos \omega t \text{ و بين مربطيه توتر لحظي } u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$$

القدرة اللحظية التي يتبادلها ثنائي القطب هي:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = 2U \cdot I \cos(\omega t + \varphi) \cos \omega t$$

$$p(t) = U \cdot I [\cos \varphi + \cos(2\omega t + \varphi)]$$

و هي دالة جيبيية نبضها 2ω و دورها $\frac{T}{2}$ ، حيث T دور $i(t)$ و $u(t)$.

2- القدرة المتوسطة أو القدرة النشيطة P

هي مجموع القدرات اللحظية المستهلكة من طرف ثنائي القطب خلال دور واحد T . و هكذا و خلال دور T:

$$\mathcal{P} = \frac{\sum_0^T U(t) \cdot i(t) \cdot dt}{T}$$

$$\mathcal{P} = \frac{\int_0^T U(t) \cdot i(t) \cdot dt}{T}$$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U(t) \cdot i(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U \cdot I [\cos \varphi + \cos(2\omega t + \varphi)] dt$$

$$\mathcal{P} = \frac{U \cdot I}{T} \cdot \left[\cos \varphi \cdot t + \frac{1}{2\omega} \cos(2\omega t + \varphi) \right]_0^T$$

$$\mathcal{P} = \frac{U \cdot I}{T} \cdot \left[\cos \varphi \cdot T + \frac{1}{2\omega} [\sin((2\omega T + \varphi)) - \sin \varphi] \right]_0^T$$

$$\sin((2\omega T + \varphi)) - \sin \varphi = 0 \text{ اي } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\sin(4\pi + \varphi) = \sin \varphi$$

$$\mathcal{P} = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \text{ و بالتالي:}$$

$$* \text{ معامل القدرة : } \cos \varphi \text{ . } * \text{ القدرة الظاهرية } S = U \cdot I$$

ملحوظة

نعلم ان $U = R_{\text{eq}} \cdot I$ و $\cos \varphi = \frac{R_{\text{eq}}}{Z}$ ومنه $\mathcal{P} = R \cdot I^2$ و هذا يعني ان في الدارة RLC المتواليية ، لا تستهلك القدرة الكهربائية المتوسطة إلا من طرف المقاومة R بمفعول جول