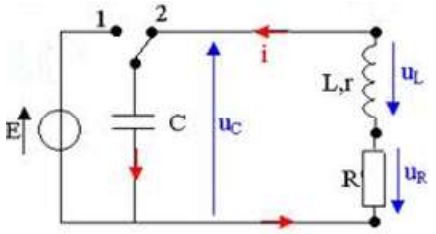
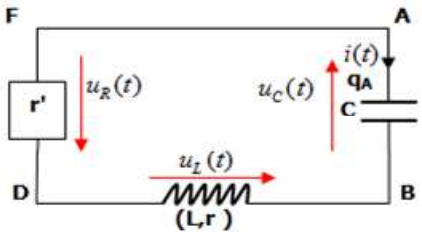
1- تفريغ مكثف في وشيعة



بعد شحن المكثف كليا، نضع قاطع التيار K في الموضع (2) ، فنحصل على دارة RLC متوالية ،
يُفرغ المكثف في الوشيعة . بعد انعدام التيار في الدارة فإن الوشيعة تفرغ في المكثف : بين
الوشيعة و المكثف تحدث تبادلات طاقية عبر الموصل الاومي
يؤدي تفريغ مكثف مشحون في وشيعة الدارة RLC المتوالية إلى ظهور ذبذبات حرة و مخمدة
ذبذبات : التوتر يتأرجح بين قيمة موجبة و قيمة سالبة
حرة : غياب مولد في الدارة يرغمها على التذبذب
مخمدة : الوسع يتناقص مع الزمن بسبب ضياع الطاقة الكهربائية في الموصل الاومي

2- الذبذبات الحرة في دارة RLC

2-1- المعادلة التفاضلية



نعتبر الدارة التالية :

حسب قانون إضافية التوترات بين A و F نكتب : $u_L(t)+u_R(t)+u_C(t)=0$ (1)

مع : $u_R(t)=r'.i(t)$ و $u_L(t)=r.i(t)+L\frac{di(t)}{dt}$ و $i(t)=C\frac{du_C(t)}{dt}$

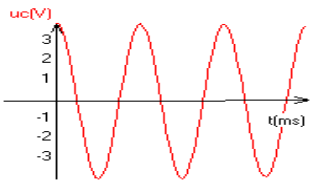
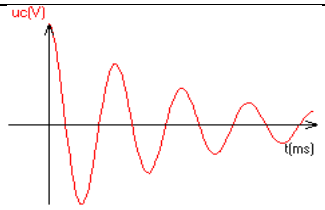
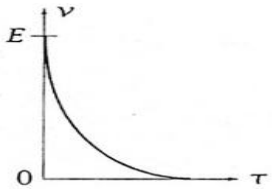
إذن : $u_R(t)=r'.C\frac{di}{dt}$ و $u_L(t)=r.C\frac{du_C}{dt}+L.C\frac{d^2u_C}{dt^2}$. نعوض في المعادلة(1) :

$L.C\frac{d^2u_C}{dt^2}+(r+r')C\frac{du_C}{dt}+u_C=0$ نضع $R=r+r'$ و نقسم على $L.C$

فتصبح المعادلة : $\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{L.C}u_C=0$ المعادلة التفاضلية لدارة RLC متوالية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف .

" يعبر المقدار $\frac{R}{L}\frac{du_C}{dt}$ عن ظاهرة خمود الذبذبات ، و يحدد حسب قيم R ، نظام هذه الذبذبات ".

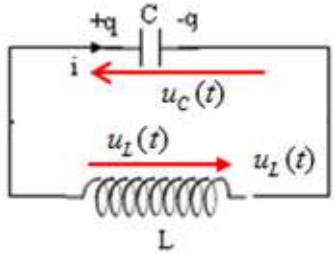
2-2: أنظمة الذبذبات الحرة

R=0	R صغيرة جدا	R حرجة	R كبيرة جدا
نظام دوري (مثالي)	نظام شبه دوري	نظام حرج	نظام لا دوري
R منعدمة ، نحصل على ذبذبات وسعها يبقى تابثا مع الزمن تسمى هذه الدارة بالمثالية: الدارة بالمثالية LC لاستحالة تحقيقها تجريبيا ، لكون أن الوشيعات تتوفر على مقاومة داخلية	R صغيرة ، نحصل على ذبذبات يتناقص وسعها تدريجيا مع الزمن	في الذبذبات الحرة توجد قيمة معينة للمقاومة R ، نرمز لها ب R_C ، مقاومة حرجة و هي مقاومة تفصل بين النظام شبه الدوري و النظام لا دوري و يسمى النظام في هذه الحالة حرجا.في هذه الحالة يعود التوتر $u_C(t)$ إلى الصفر بسرعة و دون تذبذب .تتعلق R_C ب L و C . $R_C=2.\sqrt{\frac{L}{C}}$	R كبيرة جدا ؛ تزول التذبذبات نظرا لوجود خمود مهـــــم
			

حسب R المقاومة الاجمالية للدارة يمكن الحصول

3- الذبذبات غير المخمدة في دارة مثالية LC :

3-1: المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$



حسب قانون إضافية التوترات ، نكتب : $u_C(t)+u_L(t)=0$.

مع $u_L(t)=L\frac{di}{dt}$ و $i=C\frac{du_C}{dt}$ أي : $u_L(t)=L.C\frac{d^2u_C}{dt^2}$.

نعوض فنجد : $LC\frac{d^2u_C}{dt^2}+u_C=0$

أي : $\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{LC}u_C=0$ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ خلال الذبذبات الكهربائية الحرة غير المخمدة لدارة LC

3-2: حل المعادلة التفاضلية

هذه المعادلة التفاضلية ، معادلة خطية من الدرجة الثانية ، حلها جيبي على شكل : $u_C(t)=Um\,Cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ حيث

* Um : وسع الذبذبات ب (V).

* $\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$: الطور في اللحظة t ب (rad) . * φ : الطور عند أصل التواريخ $(t=0)$ ب (rad).

* T_0 : الدور الخاص للذبذبات ب (s).

ملحوظة : نضع $\frac{2\pi}{T_0}=\omega_0$. نسمي ω_0 النبض الخاص للذبذبات ب (rad/s). نكتب : $u_C(t)=UmCos(\omega_0 t+\varphi)$.

تعبير الدور الخاص :	تحديد φ و Um:
$u_C(t)=UmCos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ ، أي أن : $\frac{d^2u_C}{dt^2}=-(\frac{2\pi}{T_0})^2.u_C$ $(\frac{2\pi}{T_0})^2.u_C+\frac{1}{LC}u_C(t)=0$ و بالتالي : $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=\frac{1}{LC}$ و منه : $T_0=2\pi\sqrt{L.C}$	تحدد قيم φ و Um ، بالشروط البدئية مثال 1 : * المكثف مشحونا كليا و بالتالي : $U_m=E$. * عند $(t=0)$ لدينا : $u_C(t=0)=E$ $u_C(0)=UmCos\varphi=E$ أي أن : $\cos\varphi=\frac{E}{Um}\succ 0$ إذن $\varphi=0$ في حالة حصولنا على قيمتين مختلفتين لـ φ يتم اختيار القيمة المناسبة بناءا على اشارة $i(t)=C\frac{du_C}{dt}=-\frac{2\pi}{T_0}C.UmSin(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ في اللحظة t=0 باعتبار أن هاتين الدالتين متصلتين كيفما كانت t .

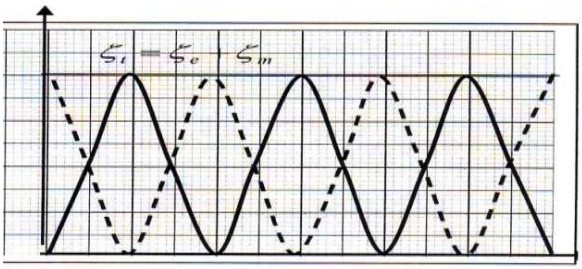
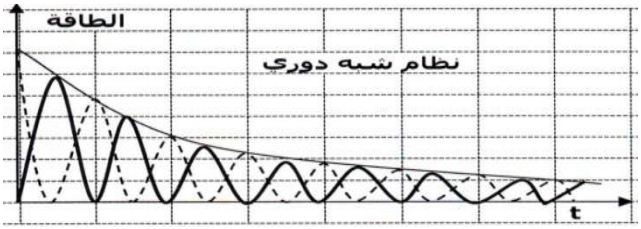
$$u_C(t)=E\cos(\frac{2\pi}{T_0}t)$$

تعبير الشحنة $q(t)$	تعبير شدة التيار $i(t)$
$q(t)=C.u_C(t)=CUm\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ مع $CUm=q_m$	$i(t)=C\frac{du_C}{dt}=-\frac{2\pi}{T_0}C.UmSin(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ بماان $CUm=q_m$ فان $q_m\frac{2\pi}{T_0}=\text{Im}$

ملحوظة من خلال معادلة الأبعاد نتحقق ان وحدة T_0 هي الثانية. $[T_0]=([L].[C])^{1/2}$ مع $[L]=\frac{[U]}{[I]}[t]$ و $[C]=\frac{[I].[t]}{[U]}$

أي : $[T_0]=([t].[t])^{1/2}=[t]$ و هكذا T_0 لها بعد زمني وحدته هي الثانية .

4- انتقال الطاقة بين المكثف و الوشيعة

الطاقة في الدارة LC المثالية	الطاقة في الدارة RLC المتوالية
الطاقة الكلية المخزونة في الدارة LC هي في كل لحظة مجموع الطاقة الكهربائية في المكثف و الطاقة المغنطيسية في الوشيعة  $E_t=E_e+E_m$; $E_t=\frac{1}{2}C.u_C^2+\frac{1}{2}L.i^2$ لنبين ان الطاقة تابثة في هذه الدارة $\frac{dE}{dt}=\frac{1}{2}.C.2.U_C(t).\frac{dU_C}{dt}+\frac{1}{2}.L.2.i(t).\frac{di(t)}{dt}$	خلال دراسة تجريبية لدارة RLC متوالية حيث المقاومة $R\neq 0$ ، نعاين بواسطة جهاز ملائم ، منحنيات تغيرات الطاقة E_m و E_e و E_t بدلالة الزمن  المخزونة في الدارة هي في كل لحظة مجموع الطاقة الكهربائية في المكثف و الطاقة المغنطيسية في الوشيعة لنبين ان الطاقة غير تابثة في هذه الدارة $E_t=\frac{1}{2}C.u_C^2+\frac{1}{2}L.i^2$ ، $E_t=E_e+E_m$ $\frac{dE}{dt}=\frac{1}{2}.C.2.U_C(t).\frac{dU_C}{dt}+\frac{1}{2}.L.2.i(t).\frac{di(t)}{dt}$

مع $i(t)=C.\frac{dU_C}{dt}$

اذن: $\frac{dE}{dt}=.C.U_C(t).\frac{dU_C}{dt}+L.i(t).\frac{dU_C}{dt}$

$$\frac{dE}{dt}=U_C(t).C.\frac{dU_C}{dt}+L.C.\frac{dU_C}{dt}.\frac{di(t)}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt}=(U_C(t).+L.\frac{di(t)}{dt}).C.\frac{dU_C}{dt}$$

بما ان $\frac{dE}{dt}=(U_C(t).+L.C\frac{d^2U_C}{dt^2}).C.\frac{dU_C}{dt}$

$LC\frac{d^2u_C}{dt^2}+u_C=0$ فان $\frac{dE}{dt}=0$ اي الطاقة الاجمالية تابثة

تكون الطاقة الكلية لدارة مثالية LC ثابتة خلال الزمن و تساوي الطاقة البدئية المخزونة في المكثف.

- خلال الذبذبات غير المخمدة تتحول الطاقة الكهربائية في المكثف إلى طاقة مغنطيسية في الوشيعة و العكس صحيح.

مع $i(t)=C.\frac{dU_C}{dt}$

اذن: $\frac{dE}{dt}=.C.U_C(t).\frac{dU_C}{dt}+L.i(t).\frac{dU_C}{dt}$

$$\frac{dE}{dt}=U_C(t).C.\frac{dU_C}{dt}+L.C.\frac{dU_C}{dt}.\frac{di(t)}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt}=(U_C(t).+L..\frac{di(t)}{dt}).C.\frac{dU_C}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt}=(U_C(t).+L.C\frac{d^2U_C}{dt^2}).C.\frac{dU_C}{dt}$$

بما ان $L.C\frac{d^2u_C}{dt^2}+(r+r')C\frac{du_C}{dt}+u_C=0$

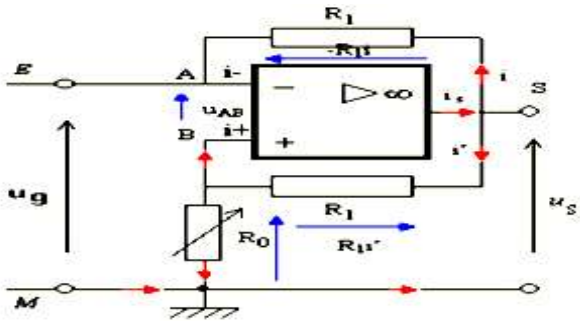
$$L.C\frac{d^2u_C}{dt^2}+u_C=R.C\frac{du_C}{dt}=-R.i(t)$$

$$\frac{dE}{dt}=(R.i(t)).C.\frac{dU_C}{dt}=-R.i^2(t)$$

فان $\frac{dE}{dt}\neq 0$ اي الطاقة الاجمالية غير تابثة

5- صيانة الذبذبات

5-1: مولد الصيانة



$$U_{AM}=U_{AS}+U_{SB}+U_{BM}$$

$$U_{AM}=-R_1.i+R_1.i'+R_0.i'$$

$$(1)\quad U_{AM}=R_1(i'-i)+R_0.i'$$

$$U_{AM}=U_{AB}+U_{BM}$$

$$(2)\quad U_{AM}=0+R_0.i'$$

من المعادلتين (1) و (2) نجد : $R_1(i'-i)=0$ ، أي أن : $i=i'$.

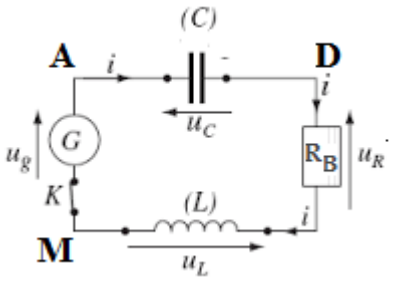
وهكذا : التوتر بين مربطي المولد G يتناسب إطرادا مع شدة التيار . $u_G=R_0.i$

5-2: دراسة المتذبذب

في كل لحظة يمكن كتابة : $u_{AM}=u_{AD}+u_{DM}$

$R_0.i=R_B.i+L\frac{di}{dt}+\frac{q}{C}$ أي أن : $L\frac{di}{dt}+(R_B-R_0)i+u_C=0$

مع : $i=\frac{dq}{dt}=C\frac{du_C}{dt}$. أي:



$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{(R_B-R_0)}{LC}C\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{LC}u_C=0$$ المعادلة التفاضلية للمتذبذب.

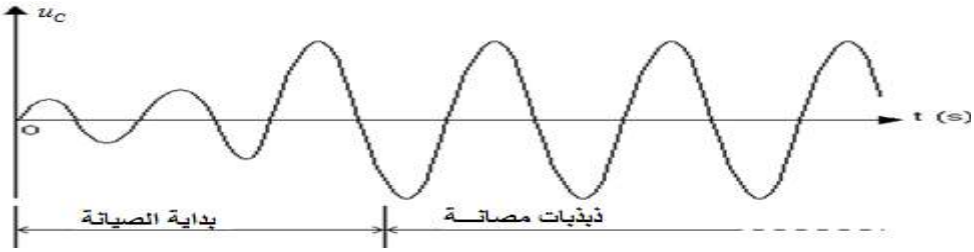
للحصول على تذبذبات مصانة يجب أن يكون $R_B-R_0=0$ أي $R_B=R_0$.

و بالتالي : $\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{LC}u_C=0$ و هي المعادلة التفاضلية المميزة للمتذبذب (L,C) ذي مقاومة مهملة.

لصيانة التذبذبات يجب تزويد الدارة بطاقة كهربائية تعوض الطاقة المبددة بمفعول جول في المقاومة R . نستعمل ثنائي قطب يتصرف كمقاومة سالبة

5-3: معاينة التوتر بين مربطي مكثف الدارة (L,C) يوجد بها المولد G .

تجربة: في التركيب التجريبي السابق ، نعاين التوتر u_C بين مربطي المكثف على شاشة راسم التذبذب ، فنلاحظ :



انتهى