الصفحة 1/4	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2021 - الموضوع -	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات
ا**	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS — NS 24	

4h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	الشعبة أو المسلك

- مدة الاختبار هي أربع ساعات.

- يتضمن موضوع الاختبار3 تمارين مستقلة فيما بينها.

- يمكن أن تعالج التمارين حسب الترتيب الذي يختاره المترشح.

- التمرين1 يتعلق بالتحليل...(12 نقط)

- التمرين2 يتعلق بالأعداد العقدية...(4 نقطة)

- التمرين3 يتعلق بالحسابيات..(4 نقط)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر في الكتابة

التمرين 1: (12 نقط)

لكل عدد صحيحي طبيعي n ، نعتبر الدالة f_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f_n(x)=\dfrac{-2e^x}{1+e^x}+nx$

و ليكن (C_n) منحناها الممثل في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نأخذ $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$)

الجزء I:

0.5 1- أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f_n(x)-nx+2\right)$ ثم أول مبيانيا النتيجة المحصل عليها.

0.5 ب) بين أن المنحنى (C_n) يقبل، في $-\infty$ ، مقاربا (Δ_n) يتم تحديد معادلة ديكارتية له.

0.5 2- أ) بين أن الدالة f_n قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن: $f_n'(x)=\dfrac{-2e^x}{\left(1+e^x\right)^2}+n$; $(\forall x\in\mathbb{R})$

0.5 ب) بين أن: $\dfrac{4e^x}{\left(1+e^x\right)^2}\le 1$; $(\forall x\in\mathbb{R})$

0.5 ج) استنتج تغيرات الدالة f_n على $\mathbb{R}$ (نفصل بين الحالتين: $n=0$ و $n\ge 1$)

0.5 3- أ) حدد معادلة المماس للمنحنى (C_n) في النقطة I ذات الأفصول 0

0.5 ب) بين أن النقطة I هي نقطة الانعطاف الوحيدة للمنحنى (C_n)

0.5 4- مثل مبيانيا في نفس المعلم، المنحنيين (C_0) و (C_2)

5- لكل عدد حقيقي $t>0$ ، نضع $A(t)$ مساحة الحيز المستوي المحصور بالمنحنى (C_n) و المستقيمات ذات المعادلات بالتوالي : $y=nx-2$ و $x=0$ و $x=t$

0.5 أ) أحسب $A(t)$ لكل $t>0$

0.5 ب) احسب $\lim\limits_{t\to+\infty}A(t)$

الجزء II:

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ المعرفة بما يلي: $u_0=0$ و $u_{n+1}=f_0(u_n)$; $(\forall n\in\mathbb{N})$

0.5 1- أ) بين أن المعادلة $f_0(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$

0.5 ب) بين أن: $\left|f_0'(x)\right|\le\dfrac{1}{2}$; $(\forall x\in\mathbb{R})$

0.5 2- أ) بين أن: $|u_{n+1}-\alpha|\le\dfrac{1}{2}|u_n-\alpha|$; $(\forall n\in\mathbb{N})$

0.5 ب) استنتج أن: $|u_n-\alpha|\le\left(\dfrac{1}{2}\right)^n|\alpha|$; $(\forall n\in\mathbb{N})$

0.5 ج) بين أن المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ تؤول إلى α

الجزء III:

نفترض في هذا الجزء أن $n \geq 2$

1- أ) بين أن لكل عدد صحيح طبيعي $n \geq 2$، يوجد عدد حقيقي وحيد x_n هو حل للمعادلة $f_n(x)=0$	0.5
ب) بين أن لكل عدد صحيح طبيعي $n \geq 2$، $0 < x_n < 1$ (نأخذ $\frac{2e}{1+e} < 1.47$)	0.5
2- أ) بين أن لكل عدد صحيح طبيعي $n \geq 2$، $f_{n+1}(x_n) > 0$	0.5
ب) استنتج أن المتتالية $(x_n)_{n\geq 2}$ تناقصية قطعا.	0.5
ج) بين أن المتتالية $(x_n)_{n\geq 2}$ متقاربة.	0.5
3- أ) بين أن لكل عدد صحيح طبيعي $n \geq 2$، $\frac{1}{n} < x_n < \frac{1}{n}\left(\frac{2e}{1+e}\right)$	0.5
ب) استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n$ ثم بين أن: $\lim\limits_{n\to+\infty} nx_n = 1$	0.5
4- أ) بين أن لكل عدد صحيح طبيعي $n \geq 2$، لدينا: $x_n \leq x_2$	0.5
ب) استنتج : $\lim\limits_{n\to+\infty} (x_n)^n$	0.5

<u>التمرين 2:</u> (4 نقطة)

لتكن a و b و c ثلاثة أعداد عقدية غير منعدمة بحيث: $a+b \neq c$	
1- أ) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(E) \; : \; z^2-(a+b+c)z+c(a+b)=0$	0.5
ب) نفترض في هذا السؤال أن: $a=i$ و $b=e^{i\frac{\pi}{3}}$ و $c=a-b$ اكتب حلي المعادلة (E) على الشكل الأسي.	0.5
2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$	
نعتبر النقط الثلاث $A(a)$ و $B(b)$ و $C(c)$ التي نفترض أنها غير مستقيمية.	
ليكن $P(p)$ مركز الدوران الذي زاويته $\frac{\pi}{2}$ و يحول B إلى A و $Q(q)$ مركز الدوران الذي زاويته $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ و يحول C إلى A و $D(d)$ منتصف القطعة $[BC]$	
أ) بين أن: $2p=b+a+(a-b)i$ و $2q=c+a+(c-a)i$	1
ب) احسب: $\frac{p-d}{q-d}$	0.5
ج) استنتج طبيعة المثلث PDQ	0.5

3- لتكن E مماثلة B بالنسبة للنقطة P و F مماثلة C بالنسبة للنقطة Q و K منتصف القطعة $[EF]$

0.5 أ) بين أن لحق K هو $k=a+\frac{i}{2}(c-b)$

0.5 ب) بين أن النقط K و P و Q و D متداورة.

التمرين 3: (4 نقط)

الجزء I: نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة $(E) \quad : \quad 47x-43y=1$

0.25 1- تحقق أن الزوج $(11,12)$ حل خاص للمعادلة (E)

0.75 2- حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E)

الجزء II: نعتبر في $\mathbb{Z}$ المعادلة $(F) \ : \ x^{41}\equiv 4 \ [43]$

1- ليكن $x\in\mathbb{Z}$ حلا للمعادلة (F)

0.5 أ) بين أن x و 43 أوليان فيما بينهما ثم استنتج أن: $x^{42}\equiv 1 \ [43]$

0.5 ب) بين أن: $4x\equiv 1 \ [43]$ ثم استنتج أن: $x\equiv 11 \ [43]$

0.5 2- حدد مجموعة حلول المعادلة (F) في $\mathbb{Z}$

الجزءIII: نعتبر في $\mathbb{Z}$ النظمة من معادلتين: $(S):\begin{cases} x^{41}\equiv 4 \ [43] \\ x^{47}\equiv 10 \ [47]\end{cases}$

1- ليكن x حلا للنظمة (S).

0.5 أ) بين أن x حل للنظمة: $(S'):\begin{cases} x\equiv 11 \ [43] \\ x\equiv 10 \ [47]\end{cases}$

0.5 ب) استنتج أن: $x\equiv 527 \ [2021]$ (يمكنك استعمال الجزءI)

0.5 2- حدد في $\mathbb{Z}$ مجموعة حلول النظمة (S)

انتهى