حركة دوران جسم صلب غير قابل للتشويه حول محور ثابت
Mouvement de rotation d'un corps solide indéformable autour d'un axe fixe

I ـ حركة الدوران حول محور ثابت

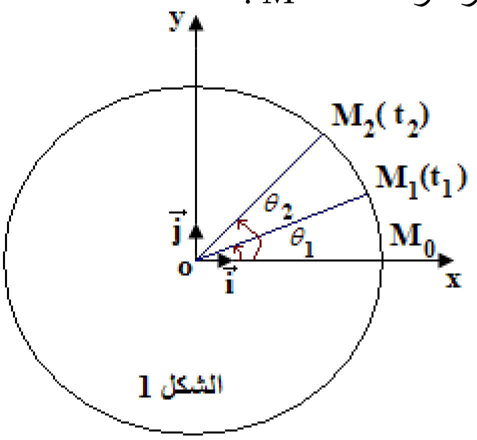
1 ـ تعريف:

تكون لجسم صلب غير قابل للتشويه حركة دوران حول محور ثابت ، إذا كانت كل نقطة من نقطه في حركة دائرية مركزة على هذا المحور، باستثناء النقط التي تنتمي إليه.

2 ـ معلمة نقطة من جسم صلب في دوران حول محور ثابت.

أ ـ الأفصول الزاوي: Abscisse angulaire

لمعلمة النقطة M من جسم صلب في حالة دوران حول محور ثابت نختار معلما متعامدا ممنظما $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، بحيث ينطبق محور الدوران (Δ) مع المتجهة $\vec{k}$ وينطبق المستوى $(O,\vec{i},\vec{j})$ مع مسار حركة النقطة M .
ويمكن تعيين موضع النقطة M في كل لحظة باستعمال الأفصول الزاوي θ.



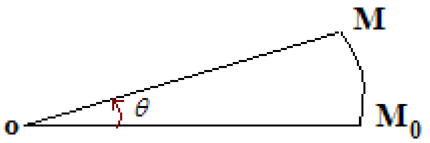
الشكل 1

بحيث: $\theta=\left(\widehat{\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{OM}}\right)$.

وحدة قياس الأفصول الزاوي في SI الراديان Radian رمزها: rad .

ب ـ الأفصول المنحنى: Abscisse curviligne

نسمي الأفصول المنحني للنقطة المتحركة M في لحظة t المقدار الجبري s ،
حيث: $s = \widehat{M_0M}$ (M_0 أصل الأفاصيل المنحنية) ، ووحدة الأفصول المنحني في SI هي المتر m .



ج ـ العلاقة بين الأفصول الزاوي والأفصول المنحنى.

$$\boxed{m \longrightarrow s = \underset{m}{\underset{\uparrow}{R}} \,.\, \underset{rad}{\underset{\uparrow}{\theta}}}$$

R : شعاع المسار الدائري للنقطة المتحركة M .

II ـ السرعة الزاوية: Vitesse angulaire

1 ـ السرعة الزاوية المتوسطة (Moyenne)

M_1 موضع النقطة M عند اللحظة t_1 أفصولها الزاوي θ_1 ؛
M_2 موضع النقطة M عند اللحظة t_2 أفصولها الزاوي θ_2 .

خلال المدة $\Delta t = t_2 - t_1$ تعبر النقطة M القوس $\widehat{M_0M}$ ويدور الجسم بمتجهة الموضع $\overrightarrow{OM}$ بالزاوية

$$(\widehat{\overrightarrow{OM_1}\,,\overrightarrow{OM_2}}) = \theta_2 - \theta_1$$

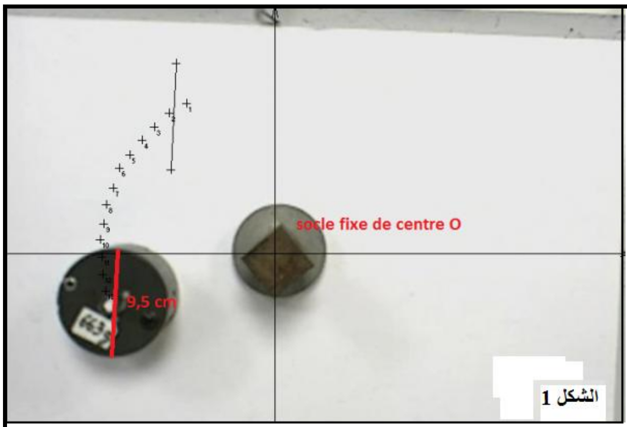
السرعة الزاوية المتوسطة ω للنقطة M بين التاريخين t_1 و t_2 هي:

$$\text{rad / s} \longrightarrow \boxed{\omega = \frac{\theta_2-\theta_1}{t_2-t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}} \begin{array}{l} \longleftarrow \text{rad} \\ \longleftarrow \text{s} \end{array}$$

2 ـ السرعة الزاوية اللحظية (Instantanée)

السرعة الزاوية ω_i عند اللحظة t_i تساوي السرعة الزاوية المتوسطة بين لحظتين جد متقاربتين t_{i-1} و t_{i+1} تؤطران اللحظة t_i :

$$\boxed{\omega_i = \frac{\theta_{i+1}-\theta_{i-1}}{t_{i+1}-t_{i-1}}}$$



الشكل 1

3 ـ العلاقة بين السرعة الخطية V والسرعة الزاوية ω.

نشاط تجريبي

الأهداف: ـ تحديد طبيعة الحركة؛

ـ التحقق من العلاقة $V = R\,.\,\omega$ ؛

ـ التوصل إلى المعادلة الزمنية.

العدة التجريبية: منضدة هوائية ولوازمها ـ خيط غير مرن.

المناولة:

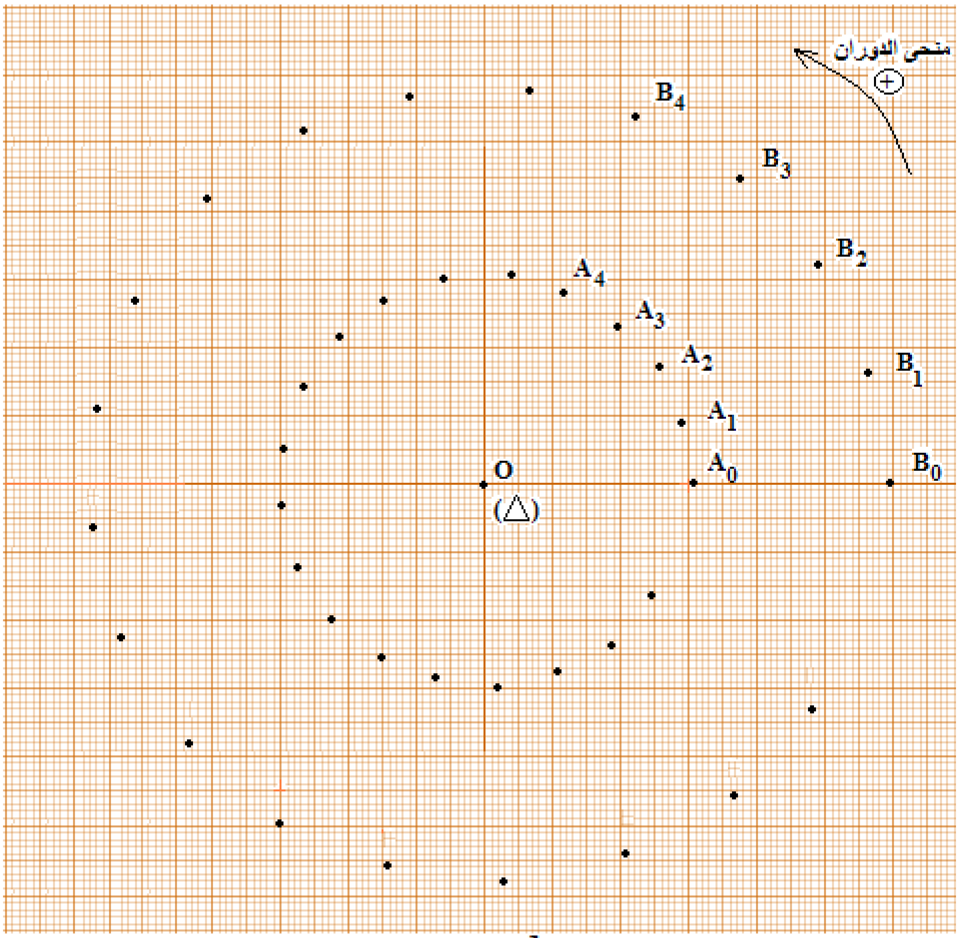
يمثل الشكل 1 التركيب التجريبي المستعمل، وهو يتكون من حامل ذاتي مزود بمفجر جانبي. المجموعة المكونة للجسم الصلب (حامل ذاتي + مفجر جانبي) يمكنها الدوران حول محور ثابت (Δ) ينتمي للقطعة المعدنية ويمر من مركز تماثلها.

نضبط أفقية المنضدة الهوائية بالاعتماد على الحامل الذاتي.

نربط الجسم الصلب بواسطة خيط غير مرن.

نعمل على أن يكون المفجران المركزي A والجانبي B ، والنقطة O التي تنتمي للمحور (Δ) ، على استقامة واحدة.

نرسل الجسم الصلب ونسجل حركة النقطتين A و B أثناء مدد زمنية متتالية ومتساوية قيمتها τ الشكل 2 .



شكل 2 التسجيل بالسلم $\frac{1}{2}$ لحركتي النقطتين A و B $\tau = 40ms$

استثمار 1 : السرعة الخطية ـ السرعة الزاوية ـ طبيعة الحركة.

1 ـ بين أن حركة النقط A و B دائرية.

2 ـ قارن المسافات المقطوعة من طرف كل نقطة خلال نفس المدة الزمنية τ. ماذا تستنتج؟

3 ـ احسب قيمة السرعة V_A للنقطة A و قيمة السرعة V_B للنقطة B .

4 ـ مثل بنفس السلم المتجهتين $\vec{V}_A$ و $\vec{V}_B$ وقارنهما من حيث الطول. ماذا تستنتج؟

5 ـ بواسطة منقلة قس الزاوية المكسوحة $\Delta\theta_A$ من طرف النقطة A بين اللحظتين t_{i-1} و t_{i+1} ثم الزاوية المكسوحة $\Delta\theta_B$ من طرف النقطة B خلال نفس المدة الزمنية $\Delta t = t_{i+1} - t_{i-1}$.

6 ـ قارن $\Delta\theta_A$ و $\Delta\theta_B$. ماذا تستنتج؟

EL FAKIR & BOUADDI

7 ـ نعرف السرعة الزاوية لنقطة M في حركة دائرية مركزها O عند اللحظة t_i بالعلاقة: $\omega_i = \dfrac{\Delta\theta}{t_{i+1} - t_{i-1}}$ حيث $\Delta\theta$ الزاوية بالراديان (rad) المكسوحة من طرف القطعة OM بين اللحظتين t_{i-1} و t_{i+1} وتسمى زاوية دوران الجسم الصلب.
احسب السرعة الزاوية ω_A للنقطة A و السرعة الزاوية ω_B للنقطة B في مواضع مختلفة. ماذا تستنتج؟
8 ـ المجموعة المكونة من الحامل الذاتي والمفجر الجانبي في حركة دوران منتظم حول محور ثابت (Δ) يمر من النقطة O اقترح مما سبق تعريفا لحركة الدوران المنتظم.

استثمار 2 : التحقق من العلاقة $V = R.\omega$

9 ـ عين الشعاع R_A لمسار النقطة A والشعاع R_B لمسار النقطة B .
10 ـ اختر مواضع مختلفة للنقط A و B واحسب لكل موضع المقدار $R\omega_i$ وقارنه مع السرعة اللحظية V_i . ماذا تستنتج؟

استثمار 1

1 ـ بما أن المسار دائري فإن حركة النقط A و B دائريتين.
2 ـ المسافات المقطوعة من طرف كل نقطة خلال نفس المدة الزمنية τ متساوية، نستنتج إذن أن السرعة ثابتة وحركة كل نقطة دورانية منتظمة.
3 ـ حساب السرعة V_A للنقطة A والسرعة V_B للنقطة B :
....
....
4 ـ تمثيل $\vec{V}_A$ و $\vec{V}_B$ حسب السلم: ....
نلاحظ أن $\vec{V}_B$ أطول من $\vec{V}_A$، ومنه نستنتج أن للنقطتين A و B سرعتين خطيتين مختلفتين.
5 ـ $\Delta\theta_A =$
$\Delta\theta_B =$
6 ـ $\Delta\theta_A = \Delta\theta_B$ ، نستنتج أن لجميع نقط الجسم الصلب نفس الأفصول الزاوي في نفس اللحظة.
7 ـ...
....
نلاحظ أن $\omega_A = \omega_B$ ، إذن للنقطتين A و B نفس السرعة الزاوية.
8 ـ تكون حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت **منتظمة** إذا بقيت السرعة الزاوية ω لهذا الجسم ثابتة مع مرور الزمن $\omega = C^{te}$.

استثمار2 :

9 ـ...
....
10 ـ...
....
نلاحظ أن $V_A = R_A.\omega_A$ و $V_B = R_B.\omega_B$.
نستنتج أنه بالنسبة لجميع نقط الحامل الذاتي والمفجر الجانبي تتحقق العلاقة: $V = R.\omega$
أثناء دوران جسم صلب حول محور ثابت، تكون لجميع نقطه في كل لحظة نفس السرعة الزاوية ω بينما تختلف سرعاتها الخطية.

تمرين تطبيقي:

قطر دوار منوب لمحطة نووية 2,2m عند تشغيله ينجز الدوار حركة دوران حول محور ثابت بسرعة زاوية قيمتها 25 دورة في الثانية.
1 ـ عبر عن السرعة الزاوية للدوار بالوحدة $rad.s^{-1}$.
2 ـ احسب قيمة السرعة الخطية لنقطة M توجد على الجانب الخارجي للدوار.
....

....

....

....

III - حركة الدوران المنتظم.

1 - تعريف:

تكون حركة الدوران لجسم صلب حول محور ثابت منتظمة إذا بقيت السرعة الزاوية ω لهذا الجسم ثابتة مع مرور الزمن $\omega = C^{te}$.

2 - خاصيات الدوران المنتظم:

أ - الدور Période T

الدور T هو المدة الزمنية اللازمة لكي تنجز نقطة من جسم صلب في حركة دوران منتظم دورة كاملة.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\Delta\theta = \Delta t \times \omega$$

$$\Delta\theta = 2\pi$$

وبالتالي فإن: $\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$

وحدة الدور في SI هي الثانية s .

ب - التردد Fréquence f

تردد حركة الدوران المنتظم لجسم صلب هو عدد الدورات التي تنجزها نقطة من هذا الجسم في الثانية: $\boxed{f = \frac{1}{T}}$

أو: $\boxed{f = \frac{\omega}{2\pi}}$

وحدة التردد في SI هي الهيرتز Hertz رمزها Hz .

استثمار 3 : المعادلة الزمنية للحركة: θ = f(t).

نعتبر مسار النقطة A ونختار الاتجاه المرجعي OX الذي يمر من النقطة A_0 .

نحدد كل موضع بالأفصول الزاوي θ_i حيث $\theta_i = (\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OA_i})$ ،

نختار اللحظة التي سُجل فيها الموضع A_2 أصلا للتواريخ (t = 0) الشكل 3 .

11 - دون في جدول قيم الزوج (θ, t) التي تحدد مواضع النقطة A .

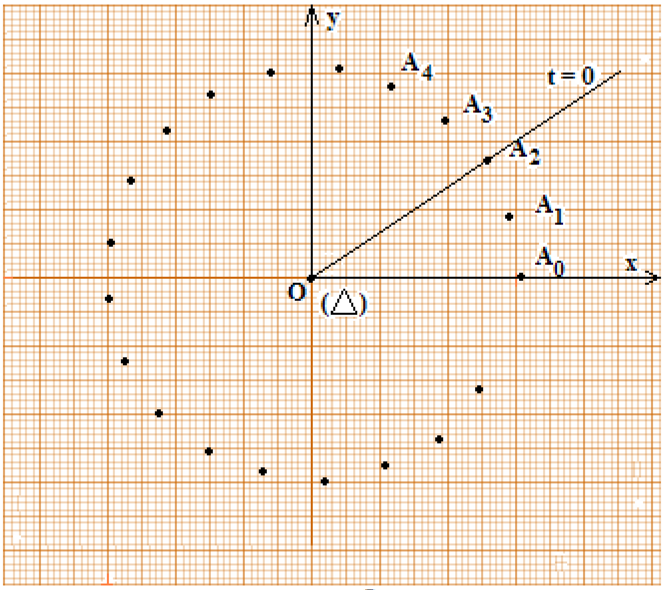
12 - مثل بسلم مناسب المنحنى الذي يمثل الدالة θ = f(t) .

13 - تمثل معادلة الدالة θ(t) = f(t) المعادلة الزمنية لحركة النقطة A . أوجد الصيغة الرياضية لهذه المعادلة.

14 - أوجد تعبير هذه المعادلة وأعط المدلول الفيزيائي للمقادير الفيزيائية الواردة فيها.

15 - إذا تم اختيار لحظة تسجيل A_0 أصلا لمعلم الزمن، كيف تصير المعادلة الزمنية لحركة النقطة A ؟

16 - يمكن أن نثبت معادلة زمنية أخرى إذا ما معلمنا النقطة A بقياس طول القوس $S = \overset{\frown}{A_0A_i}$ الذي يمثل الأفصول المنحني للنقطة A_i .



شكل 3 التسجيل بالسلم $\frac{1}{2}$ لحركة النقطة A τ = 40ms

نحتفظ بنفس التسجيل شكل 3 والموضع A_2 أصلا لمعلم الزمن (t= 0) باعتمادك الأسئلة 11 - 12 - 13 - 14 وبتعويض الدالة θ = f(t) بالدالة S = f(t) أعط تعبير المعادلة الزمنية للحركة في هذه الحالة.

(11

المواضع	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
الزمن $t\ (10^{-3}s)$								
θ(°)								
θ(rad)								

12) خط المنحنى $\theta = f(t)$ السلم: ....

13) الصيغة الرياضية: $\theta = at + b$

14) a : المعامل الموجه : $a = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

a لها أبعاد السرعة الزاوية إذن $a = \omega$.

وبالتالي نكتب: $\theta = \omega t + b$

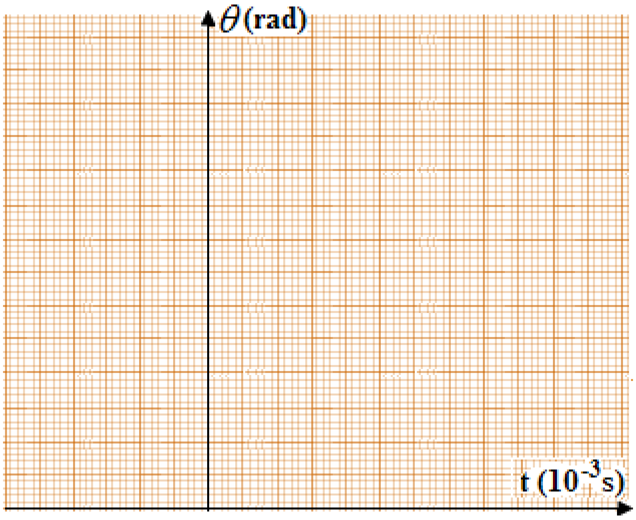
نحسب b :

عند $t = 0$: $\theta(t = 0) = \theta_0 = \omega \times 0 + b$

إذن: $b = \theta_0$

θ_0: الأفصول الزاوي للنقطة المتحركة A عند $t = 0$.

$$\boxed{\theta(t) = \omega t + \theta_0}$$



ت ع:

$\omega =$

$\theta_0 =$

المعادلة الزمنية للحركة: $\boxed{\theta(t) = ...t + ...}$

15) إذا تم اختيار لحظة تسجيل A_0 أصلا لمعلم الزمن: $\boxed{\theta(t) = \omega t}$ أي: $\boxed{\theta(t) = ...t}$

16) $S = \widehat{A_0A_i}$

$$s = R.\theta$$
$$\theta(t) = \omega t + \theta_0$$
$$s = R(\omega t + \theta_0)$$
$$s = R\omega t + R\theta_0$$

وبالتالي: $\boxed{s(t) = Vt + s_0}$

s_0 : الأفصول المنحني عند $t = 0$

V : السرعة الخطية للنقطة المتحركة.

ت ع :

$V =$

$s_0 =$

$s(t) =$

تعميم:

المعادلة الزمنية هي العلاقة التي تربط الأفصول الزاوي θ أو الأفصول المنحني s للنقطة المتحركة في معلم الفضاء و t لحظة ملاحظتها في معلم الزمن، أي الدالة $\theta = f(t)$ أو $s = g(t)$.

نعبر عن حركة نقطة متحركة لجسم صلب غير قابل للتشويه في حركة دوران منتظم حول محور ثابت بإحدى العلاقتين:

$\boxed{\theta(t) = \omega t + \theta_0}$ أو $\boxed{s(t) = Vt + s_0}$