مجموعة مدارس **أنيس** الخاصة
عين السبع

فرض محروس رقم 2

السنة الدراسية :2013/2012 .

الاولى س ب ع ت

الجزء الأول:

1- لتكن $(u_n)_n$ متتالية حسابية أساسها r بحيث : $u_{13}=2$ و $u_{17}=5$

أ) بين أن أساس المتتالية $(u_n)_n$ هو $r=\frac{3}{4}$ (1 ن)

ب) احسب u_{116}. ثم احسب المجموع : $S=u_{13}+u_{14}+u_{15}+....+u_{116}$. (0.5 ن +1 ن)

2- حدد قيمة العدد الحقيقي x لكي تكون الأعداد $2x+3$ و $2x-1$ و $2x-3$، بهذا الترتيب، حدود متتابعة في متتالية هندسية. (1 ن)

الجزء الثاني: .....

(I) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي : $u_0=5$ و $u_{n+1}=\frac{5u_n-4}{u_n}$. $\forall n\in\mathbb{N}$:

1- احسب u_1. ثم بين ، بالترجع ، أن $u_n>4$: $\forall n\in\mathbb{N}$. (0.5 ن + 1.5 ن)

2- أ) تحقق من أن : $u_{n+1}-u_n=\frac{(u_n-1)(4-u_n)}{u_n}$. $\forall n\in\mathbb{N}$: (0.5 ن)

ب) أثبت أن $(u_n)_n$ متتالية تناقصية . واستنتج أن : $u_n\leq 5$. $\forall n\in\mathbb{N}$: (1.5 ن + 0.5 ن)

3- لتكن $(v_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $v_n=\frac{u_n-4}{u_n-1}$. $\forall n\in\mathbb{N}$:

أ) بين أن $(v_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{4}$ و احسب حدها الأول v_0. (1 ن + 0.5 ن)

ب) اكتب v_n بدلالة n. استنتج أن : $u_n=\frac{1-4^{n+2}}{1-4^{n+1}}$. $\forall n\in\mathbb{N}$: (0.5 ن + 1 ن)

4- نضع : $S_n=v_0+v_1+v_3+....+v_{n-1}$. $\forall n\in\mathbb{N}^*$:

بين أن : $S_n=\frac{1}{3}\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$. $\forall n\in\mathbb{N}^*$: (1 ن)

(II) ABC مثلث . نعتبر النقطتين E و F بحيث $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AB}$ و F منتصف القطعة $[AC]$.

1- أ) انشئ النقطتين E و F بالدقة الازمة. (2 × 0.5 ن)

ب) بين أن E مرجح النقطتين المتزنتين $(A;-1)$ و $(B;2)$. (1 ن)

2- لتكن G مرجح النقط المتزنة $(A;-1)$و $(B;2)$و $(C;1)$.

بين أن G منتصف القطعة $[CE]$. انشئ النقطة G. (1.5 ن +0.5 ن)

3- أ) انشئ النقطة K مرجح النقطتين المتزنتين $(B;2)$و $(C;1)$. (0.5 ن)

ب) بين أن K و G و A نقط مستقيمية . (1 ن)

ج) استنتج أن K مركز ثقل المثلث ACE. (1 ن)

4 - نعتبر (Γ) مجموعة النقط M من المستوى (P) التي تحقق :

$$\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=CE$$

أ) بين أن (Γ) هي دائرة محددا مركزها و شعاعها. (1 ن)

ب) بين أن النقطة C تنتمي الى الدائرة (Γ). (0.5 ن)