

ملخص درس الدوران

و A' و B' و C' و D' صورها على التوالي بدوران لدينا :

$$(\overline{AB}, \overline{CD}) \equiv (\overline{A'B'}, \overline{C'D'}) [2\pi]$$

نقول الدوران يحافظ على قياس الزوايا

مثال: ABC مثلث بحيث القياس الرئيسى للزاوية الموجهة $(\overline{AB}, \overline{AC})$

موجب .

ننشئ خارج المثلث $ABDE$ والمربعين $ACFG$ و $ABDE$

نعتبر الدوران r الذي مركزه A وزاوية $\frac{\pi}{2}$

(1) حدد $r(E)$ و $r(C)$ بين أن :

$$(\overline{CA}, \overline{CE}) \equiv (\overline{GA}, \overline{GB}) [2\pi]$$

(1) لدينا : $r(E) = B$ ومنه $\begin{cases} AE = AB \\ (\overline{AE}, \overline{AB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

①

لدينا : $r(C) = G$ ومنه $\begin{cases} AC = AG \\ (\overline{AC}, \overline{AG}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

② ولددينا : $r(A) = A$ لأن A مركز الدوران r :

(2) من ① و ② و ③ وبما أن الدوران يحافظ على قياس الزوايا

$$(\overline{CA}, \overline{CE}) \equiv (\overline{GA}, \overline{GB}) [2\pi]$$

(4) **الحفاظ على المرجح:** ليكن G مرجح النقطتين المتزنتين $(A; \alpha)$ و

$(B; \beta)$ وإذا كانت A' و B' و G' صور A و B و G على التوالي

بدوران r فان G' هي مرجح النقطتين المتزنتين $(A'; \alpha)$ و $(B'; \beta)$

ملحوظة: يمكننا تعميم هذه الخاصية على مرجح ثلاث أو أربع نقط.

(5) **استنتاج : الحفاظ على المنتصف**

ليكن I منتصف القطعة $[AB]$ إذا كانت A' و B' و I' صور A و

B و I على التوالي بدوران r فان I' هي منتصف القطعة $[A'B']$

(6) **خاصية : الحفاظ على معامل استقامية متجهتين**

لتكن A' و B' و C' صور A و B و C على التوالي بدوران

إذا كان $\overline{AC} = k \overline{AB}$ حيث k عدد حقيقي فان $\overline{A'C'} = k \overline{A'B'}$

IV. صور بعض الأشكال بدوران:

ليكن r دوراناً و A و B و O و A' و B' و O' نقاط من

المستوى بحيث : $r(A) = A'$ و $r(B) = B'$ و $r(O) = O'$

■ صورة المستقيم (AB) بالدوران r هي المستقيم $(A'B')$

■ صورة القطعة $[AB]$ بالدوران r هي المستقيم $[A'B']$

■ صورة الدائرة $(O; R)$ التي مركزها O وشعاعها R بالدوران

r هي الدائرة $(O'; R)$ التي مركزها O' وشعاعها R

■ صورة نصف المستقيم $[AB]$ بالدوران r هي نصف المستقيم $[A'B']$

■ صورتا مستقيمين متعامدين بالدوران r هما مستقيمان متعامدان

■ صورتا مستقيمين متوازيين بالدوران r هما مستقيمان متوازيان

■ إذا كانت نقطة M تنتمي إلى تقاطع مستقيمين (D) و (Δ) فان

صورة M بالدوران r هي نقطة تقاطع صورتى

المستقيمين (D) و (Δ) بالدوران r .

I. تعريف الدوران

لتكن Ω نقطة من المستوى الموجه و α عدداً حقيقياً

الدوران الذي مركزه Ω زاويته α هو التحويل في المستوى الذي يربط

كل نقطة M من المستوى بالنقطة M' المعرفة كالتالي

نرمز للدوران الذي مركزه Ω زاويته α بالرمز $r(\Omega; \alpha)$ أو r

إذا لم يكن هناك التباس

$r(M) = M'$ تقرأ : M' هي صورة M بالدوران r

• إذا كان $M = \Omega$ فان $M' = \Omega$

• إذا كان $M \neq \Omega$ فان $\begin{cases} \Omega M = \Omega M' \\ (\overline{\Omega M}, \overline{\Omega M'}) \equiv \alpha [2\pi] \end{cases}$

II. الدوران العكسي لدوران

تعريف : لتكن Ω نقطة من المستوى الموجه و α عدداً حقيقياً

الدوران $r(\Omega; -\alpha)$ الذي مركزه Ω زاويته $-\alpha$ يسمى الدوران

العكسي للدوران $r(\Omega; \alpha)$ الذي مركزه Ω زاويته α

• الدوران العكسي لدوران r يرمز له بالرمز r^{-1}

• لكل نقطة M من المستوى لدينا :

$$r(M) = M' \Leftrightarrow r^{-1}(M') = M$$

III. خاصيات الدوران

(1) **الحفاظ على المسافة:** إذا كانت A و B نقطتين من المستوى و A'

و B' صورتى A و B على التوالي بدوران فان $AB = A'B'$

نقول الدوران يحافظ على المسافة

(2) **خاصية :** ليكن r دوراناً زاويته α إذا كانت A' و B' صورتى

نقطتين مختلفتين A و B على التوالي بالدوران r

$$(\overline{AB}, \overline{A'B'}) \equiv \alpha [2\pi]$$

ملحوظة: يمكننا هذه الخاصية من تحديد زاوية دوران انطلاقاً من نقطتين

مختلفتين وصورتيهما

مثال: ABC مثلثاً ننشئ خارجة مثلثين ABD و ACE متساويي

الساقين وقائمي الزاوية في A

1. بين أن : $BE = CD$

2. بين أن : $(BE) \perp (CD)$

الجواب:

نعتبر الدوران r الذي

مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

لدينا : $\begin{cases} AD = AB \\ (\overline{AD}, \overline{AB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

ومنه : $r(D) = B$ ① ولددينا : $\begin{cases} AC = AE \\ (\overline{AC}, \overline{AE}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

ومنه : $r(C) = E$ ②

من ① و ② وبما أن الدوران يحافظ على المسافة فان $BE = CD$

(2) لدينا : $r(D) = B$ ① و $r(C) = E$ ② إذن :

$$(\overline{CD}, \overline{EB}) \equiv \frac{\pi}{2}$$

وهذا يعني أن : $(BE) \perp (CD)$

(3) **خاصية : الحفاظ على قياس زاوية موجهة**

لتكن A و B و C و D نقط من المستوى بحيث $A \neq B$ و $C \neq D$