قابلية الاشتقاق على محال والدالة المشتقة :

⇦ نقول بأن الدالة f قابلة للاشتقاق على I إذا كانت قابلة للاشتقاق في كل x_0 نقطة من I

⇦ الدالة التي تربط كل عنصر x بعدده المشتق $f'(x)$ تسمى الدالة المشتقة للدالة ونرمز ب f'

مشتقة دوال إعتيادية والعمليات :

$f(x)=a$	$f'(x)=0$
$f(x)=ax+b$	$f'(x)=a$
$f(x)=x^n \;;\; n\in\mathbb{N}^*$	$f'(x)=nx^{n-1}$
$f(x)=\dfrac{1}{x}$	$f'(x)=\dfrac{-1}{x^2}$
$f(x)=\sqrt{x}$	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x)=\sin(ax+b)$	$f'(x)=a\cos(ax+b)$
$f(x)=\cos(ax+b)$	$f'(x)=-a\sin(ax+b)$
$f(x)=tan(ax+b)$	$f'(x)=a\left(1+\tan^2(ax+b)\right)$

أمثلة : أحسب الدالة المشتقة للدالة f في الحالات التالية :

$f(x)=x^4$ ، $f(x)=x^2$ ، $f(x)=\sin x$

$f(x)=\cos x$ $f(x)=\sin 3x$ $f(x)=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

$f(x)=\tan\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ ، $f(x)=\sqrt{3x-5}$

العمليات على الدوال القابلة للاشتقاق :

الجمع: $\left(f(x)+g(x)\right)'=f'(x)+g'(x)$

الجداء : $\left(f(x)g(x)\right)'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

الكسر : $\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)=\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\left(g(x)\right)^2}$

الأس: $\left(\left(g(x)\right)^n\right)'=n\left(g(x)\right)^{n-1}g'(x)$

حالات خاصة : $\left(k\,g(x)\right)'=k\,g'(x)$

$\left(\dfrac{k}{g(x)}\right)=\dfrac{-kg'(x)}{\left(g(x)\right)^2}$ حيث $k\in\mathbb{R}$

أمثلة : أحسب مشتقة الدالة f في الحالات التالية :

① $f(x)=\dfrac{1}{2}x^3-3x^2+5x-7$

② $f(x)=\dfrac{3}{4}x^4-\dfrac{2}{3}x^3-2x^2+15$

③ $f(x)=x^2+x+2$ ④ $f(x)=2x+3-\dfrac{1}{x-2}$

⑤ $f(x)=\sin 3x+3\cos 2x$

⑥ $f(x)=(2x+1)\sqrt{x}$ ⑦ $f(x)=\dfrac{x^2}{x+3}$

⑧ $f(x)=\left(x^2-2x\right)^3$ ⑨ $f(x)=\dfrac{x^2}{(x-1)^3}$

⑩ $f(x)=\dfrac{x^2+2x+2}{x^2-2x+2}$ ❶ $f(x)=\sin^3\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

الدالة المشتقة ورتابة دالة :

لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على I و f' مشتقتها

⇦ إذا كان $f'(x)\geq 0$ فإن f تكون تزايدية

⇦ إذا كان $f'(x)\leq 0$ فإن f تكون تناقصية

⇦ إذا كان $f'(x)=0$ فإن f تكون ثابتة

تمرين رقم1

نعتبر الدالة $f(x)=x^3-3x^2+1$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) أحسب الدالة المشتقة $f'(x)$ وأدرس تغيرات f ثم ضع جدول تغيراتها

تمرين رقم 2

نعتبر الدالة $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$

1) حدد D_f وأحسب نهايات f عند محدات D_f

2) أحسب الدالة المشتقة $f'(x)$

3) ضع جدول تغيرات الدالة f

تمرين رقم 3

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{x^2-4} & x>2 \\ f(x)=\dfrac{x^2-2x}{(x+1)^2} & x\leq 2 \end{cases}$$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to2\\x>2}}f(x)$; $\lim\limits_{x\to-1}f(x)$

3) أدرس قابلية اشتقاق f على يسار 2

4) أحسن المشتقة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات يسار 0