Direction Provinciale : Khemisset — Lycée collégial Mohammed ELQOURI

Année Scolaire : 2019/2020 — Matière : Mathématiques — Niveau : 3APIC

Cours de l'ordre et opérations — prof : Yassin LAHSAINI

***Remarque** : tous les règles restent vrais avec les symboles > ,<et ≥.*

I. Comparaison de deux nombres réels :

Règle 1 : Soient a et b deux nombres réels. Si a-b≤0 alors a ≤b . et si a ≤b alors a-b≤0.

C'est-à-dire *: Pour comparer deux nombres réels on étudie le signe de leur différence*

Exemples :

a- Comparons les nombres $2\sqrt{3}-4$ et $\sqrt{3}-5$

On a $(2\sqrt{3}-4)-(\sqrt{3}-5)=2\sqrt{3}-4-\sqrt{3}+5=2\sqrt{3}-\sqrt{3}-4+5=\sqrt{3}+1>0$

alors : $2\sqrt{3}-4>\sqrt{3}-5$

b- Comparons les nombres réels x et y tels : x=y -3

On a x=y -3 alors x-y=-3 <0 d'où x<y

II. Ordre et opérations

1) Ordre et addition, ordre et soustraction :

Soient a, b et k trois nombres réels :

Si a ≤ b alors a+k ≤ b+k et a-k ≤b-k et si a+k ≤ b+k ou a-k ≤ b-k alors a ≤ b

Exemples :

Soit x un nombre réel tel que : x ≤3. Comparons les nombres 8 et x+5.

On a x ≤3 alors x+5 ≤ 3+5 d'où x+5 ≤ 8

Soit x un nombre réel tel que :2x-3 ≥ x+2 . Montrons que x ≥5

On a 2x-3 ≥ x+2 alors 2x-3-x+3 ≥ x+2-x+ 3 d'où x ≥5

2) Ordre et opposé :

Soient a et b deux nombres réels alors : Si a ≤ b alors –a ≥ -b et si –a ≥ -b alors a ≤ b.

Exemples :

12 > 9 signifier que -12 < -9 ;; -17 < -10 signifier que 17>10 ;; 2 >-5 alors -2<5

3) Ordre et multiplication :

Soient a, b et k trois nombres réels

1ére cas : Si k>0

Si a ≤ b alors k×a≤k×b et Si k×a≤k×b alors a≤b

2éme cas : Si k<0

a≤b alors k×a≥k×b et Si k×a≤ k×b alors a≥b

Exemples :

45<200 et 6>0 alors 6×45<6×200 d'où 270 <1200

-45 >-200 et $-\sqrt{3}<0$ alors $-45\times(-\sqrt{3})<-200\times(-\sqrt{3})$ d'où $45\times\sqrt{3}<200\sqrt{3}$

4) L' Ordre et L' inverse :

Soient a et b deux nombres réels non nuls de même signe.

Si a≤b alors $\frac{1}{a}\geq\frac{1}{b}$ et $\frac{1}{a}\geq\frac{1}{b}$ alors a≤b

Si $\frac{1}{a}\geq\frac{1}{b}$ alors a≤b et si $\frac{1}{a}\leq\frac{1}{b}$ alors a≥b

Exemples :

15>10 alors $\frac{1}{15}<\frac{1}{10}$;; 11<25 alors $\frac{1}{11}>\frac{1}{25}$;; -2>-20 alors $\frac{1}{-2}<\frac{1}{-20}$

5) Ordre et carré

Soient a et b deux nombres réels positifs.

a≤b alors $a^2\leq b^2$ et si $a^2\leq b^2$ alors a≤b

Soient a et b deux nombres réels négatifs.

a≤b alors $a^2\geq b^2$ et si $a^2\geq b^2$ alors a≤b

Exemples

5≤ 11 signifie que $5^2\leq 11^2$ d'où 25≤121

On a $(2\sqrt{3})^2=4\times 3$ =12 et $(3\sqrt{7})^2$=9×7= 63 alors $(2\sqrt{3})^2\leq(3\sqrt{7})^2$

Or $2\sqrt{3}\geq 0$ *et* $3\sqrt{7}$ alors $2\sqrt{3}\leq 3\sqrt{7}$

$9^2\geq 7^2$ alors 9≥7

$(-9)^2\geq(-7)^2$ alors -9 ≤-7

6) Ordre et racine carrée :

Soient a et b deux nombres réels positifs.

Si a≤b alors $\sqrt{a}\leq\sqrt{b}$ et si $\sqrt{a}\leq\sqrt{b}$ alors a≤b

Exemples

7<11 alors $\sqrt{7}<\sqrt{11}$

25≥24 alors $\sqrt{25}\geq\sqrt{24}$ d'où $5\geq\sqrt{4\times 6}$ signifier $5\geq 2\sqrt{6}$

III. Encadrement

1- **Définition :** Soient a, b et x trois nombres réels tels que a<b .

On appelle encadrement de x par a et b , toute écriture de la forme :a ≤x≤ b

2- **Encadrement et opérations** :

a- Encadrement et L'addition, Encadrement et soustraction :

Soient a, b, c, d ,x et y des nombres réels :si a ≤x≤b et c≤y≤d alors :a+c ≤x+y≤b+d

Remarque : pour encadrer x-y, encadre –y puis x+(-y)

Exemples : soient x et y deux réels tels que 3 ≤x≤11 et -11≤y≤-3 encadrer x+y et x-y

On a -11≤y≤-3 alors 3≤-y≤11 d'où 3+(-11)≤x+y≤11+(-3) c'est –à-dire -8≤x+y≤8

3+3≤x+(-y)≤11+11 c'est –à-dire 6≤x-y≤22

b- Encadrement et La multiplication, Encadrement et La division

Soient a, b, c, d, x et y des nombres réels positifs : si a ≤x≤b et c≤y≤d alors :ac ≤xy≤bd

Remarque : pour encadrer $\frac{x}{y}$, encadre $\frac{1}{x}$ puis $\frac{x}{y}$

Exemples

Soient x et z deux nombres réels tels que 3 ≤x≤11 et 4≤z≤ 9

3×4≤x×z≤11×9 alors 12≤xz≤99 et $\frac{1}{9}\leq\frac{1}{z}\leq\frac{1}{4}$ d'où $3\times\frac{1}{9}\leq x\,\frac{1}{z}\leq 11\leq\frac{1}{4}$

C'est-à-dire $\frac{1}{3}\leq\frac{x}{z}\leq\frac{11}{4}$

Applications : 3 ≤x≤11 ; -11≤y≤-3 ; -25≤z≤2 et 4≤t≤ 9

Comparons : x+y ; x-z ; x×t ; xy ; $\frac{x}{t}$; x^2; y^2 ; $\sqrt{t}$; 6x et -7y