

## Correction de l'examen

### Exercice 1:

#### 1- Résolution des équations :

a)  $x - 3 = 5 - x$

$$x - 3 + 3 = 5 - x + 3$$

$$x = 8 - x$$

$$x + x = 8 - x + x$$

$$2x = 8$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$

La solution de cette équation est 4.

b)  $5x(x - 3) + (2x + 1)(x - 3) = 0$

$$(x - 3)(5x + 2x + 1) = 0$$

$$(x - 3)(7x + 1) = 0$$

$$x - 3 = 0 \text{ ou } 7x + 1 = 0$$

$$x - 3 + 3 = 0 + 3 \text{ ou } 7x + 1 - 1 = 0 - 1$$

$$x = 3 \text{ ou } 7x = -1$$

$$x = 3 \text{ ou } \frac{7x}{7} = \frac{-1}{7}$$

$$x = 3 \text{ ou } x = \frac{-1}{7}$$

Les solutions de cette équation sont : 3 et  $\frac{-1}{7}$

#### 2- Résolution des inéquations

a)  $5x + 1 < 2x - 5$

$$5x + 1 - 1 < 2x - 5 - 1$$

$$5x < 2x - 6$$

$$5x - 2x < 2x - 6 - 2x$$

$$3x < -6. \text{ Puisque } 3 > 0 \text{ alors :}$$

$$\frac{3x}{3} < \frac{-6}{3}$$

$$x < \frac{-6}{3}$$

Les solutions de cette inéquation sont tous les

nombre réels qui sont strictement inférieure à  $\frac{-6}{3}$

b)  $\frac{x-4}{3} < \frac{x-2}{2}$

$$\frac{2(x-4)}{2 \times 3} < \frac{3(x-2)}{3 \times 2}$$

Puisque  $6 > 0$  alors :

$$2(x - 4) < 3(x - 2)$$

$$2x - 8 < 3x - 6$$

$$2x - 3x < -6 + 8$$

$$-x < 2. \text{ puisque } -1 < 0 \text{ alors :}$$

$$\frac{-x}{-1} > \frac{2}{-1}$$

$$x > -2$$

Les solutions de cette inéquation sont tous les

nombre réels qui sont strictement supérieur à  $-2$

#### 3- Résolution de système

a) 
$$\begin{cases} x + y = 186 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

D'après la deuxième équation on a :  $x = 2y$ . Je remplace  $x$  par  $2y$  dans la première équation je trouve :

$$2y + y = 186 \text{ alors } 3y = 186 \text{ par suite } y = \frac{186}{3}, \text{ d'où } y = 62.$$

$$\text{On a } x = 2y = 2 \times 62 = 124 \text{ d'où } x = 124.$$

Le couple  $(12, 62)$  est la solution unique de ce système.

#### b) Résolution du problème :

❖ Choix des inconnues :

$x$ : le nombre de livres en arabe

$y$ : le nombre de livres en français

❖ Mise en système

Le total de livres est égale 186 signifie que  $x + y = 186$

Le nombre de livres en arabe est égal au double de nombre de livres en français signifie que  $x = 2y$  alors  $x - 2y = 0$

$$\begin{cases} x + y = 186 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

Enfin je trouve le système  $x - 2y = 0$

❖ Résolution du système:

D'après la question (3.a) on a  $x = 124$  et  $y = 62$

❖ La vérification :

$$x + y = 124 + 62 = 186 \text{ et } 2 \times 62 = 124$$

❖ La conclusion :

Le nombre de livres en arabe est 124 et le nombre de livres en français est 62.

### Exercice 2:

1-  $f(x) = 2x - 4$

a)  $f(0) = 2 \times 0 - 4 = 0 - 4 = -4$  et  $f(1) = 2 \times 1 - 4 = 2 - 4 = -2$  alors  $f(0) = -4$  et  $f(1) = -2$

b) Le nombre  $a$ ,  $a$  pour image 2 par  $f$  signifie que  $f(a) = 2$  alors  $2a - 4 = 2$  par suite  $2a = 6$  d'où  $a = \frac{6}{2} = 3$   
le nombre  $a$ , qui a pour image 2 par  $f$  est  $a = 3$ .

c) Le point  $H(1; 2)$  appartient-il à  $(D_1)$ ?

Comme  $f(1) = -2 \neq 2$  alors le point  $H$  n'appartient pas au  $(D_1)$ .

d) Détermine l'abscisse du point d'intersection de  $(D_1)$  et l'axe des abscisses

On note  $K(x_K, y_K)$  le point d'intersection de  $(D_1)$  et l'axe des abscisses alors  $y_K = 0$ .

$K \in (D_1)$  alors  $f(x_K) = y_K$  par suite  $2x_K - 4 = 0$  donc  $x_K = \frac{4}{2} = 2$ .

l'abscisse du point d'intersection de  $(D_1)$  et l'axe des abscisses est 2.

2-  $(D_2)$  passe par le point  $P(-1; 2)$

a)  $g$  est une fonction linéaire alors  $g(x) = ax$ . Puisque  $(D_2)$  passe par le point  $P(-1; 2)$  alors  $g(-1) = 2$  d'où

$$a = \frac{g(-1)}{-1} = \frac{2}{-1} = -2 \text{ donc } g(x) = -2x.$$

b) Détermine l'abscisse du point d'intersection de  $(D_1)$  et  $(D_2)$

Soit  $L(x_L; y_L)$  le point d'intersection de  $(D_1)$  et  $(D_2)$  alors  $f(x_L) = g(x_L)$  donc  $2x_L - 4 = -2x_L$  par suite  $2x_L + 2x_L = 4$  alors  $4x_L = 4$  d'où  $x_L = 1$ .

### Exercice 3

1-  $A(0; -4)$  et  $C(4; 4)$

$$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A) \text{ alors } \overrightarrow{AC}(4 - 0; 4 - (-4)) \text{ d'où } \overrightarrow{AC}(4; 8)$$

On a  $\overrightarrow{AC}(4; 8)$  alors  $AC = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{16} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$  d'où  $AC = 4\sqrt{5}$ .

2- Soit  $M(x_M; y_M)$  le milieu du segment  $[AC]$  alors:

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{0 + 4}{2} = \frac{4}{2} = 2 = x_E \text{ et } y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-4 + 4}{2} = \frac{0}{2} = 0 = y_E$$

Les point  $M$  et  $E$  ont même coordonnées alors  $E$  est le milieu de  $[AC]$ .

3- L'équation réduite de la droite  $(AC)$  s'écrit sous la forme :  $y = mx + b$

$$m = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{8}{4} = 2 \text{ alors } y = 2x + p. \text{ Or } A(0; -4) \in (AC) \text{ alors } y_A = 2x_A + p \text{ par suite } -4 = 2 \times 0 + p \text{ d'où } p = -4$$

L'équation réduite de la droite  $(AC)$  est :  $y = 2x - 4$ .

4- a) on a  $(\Delta): y = \frac{-1}{2}x + 1$  et  $E(2, 0)$  alors : Si  $x = x_E = 2$  alors  $y = \frac{-1}{2} \times 2 + 1 = -1 + 1 = 0 = y_E$

d'où le point  $E$  appartient à la droite  $(\Delta)$  par suite la droite  $(\Delta)$  passe par le point  $E$ .

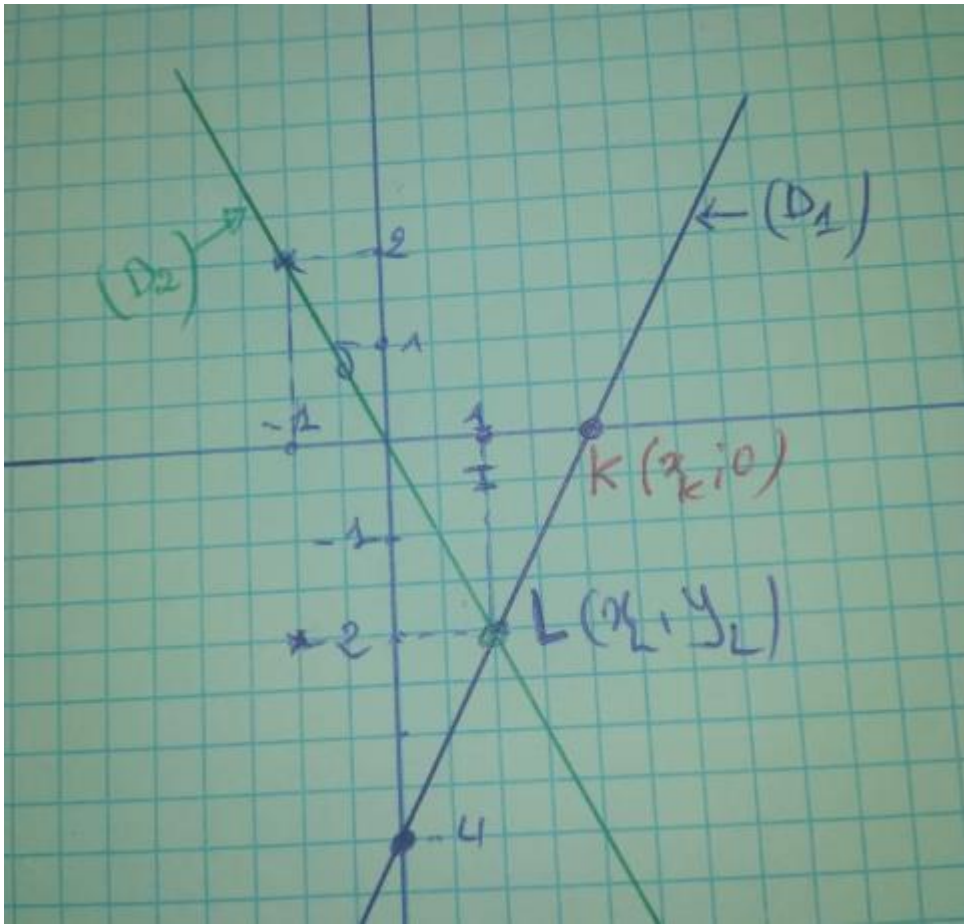
b) on a :  $(AC) : y = 2x - 4$  et  $(\Delta): y = \frac{-1}{2}x + 1$ . comme  $2 \times \frac{-1}{2} = -1$  alors  $(\Delta) \perp (AC)$ .

Puisque  $(\Delta)$  est perpendiculaire à  $[AC]$  en son milieu alors  $(\Delta)$  est la médiatrice de  $[AC]$ .

5- L'équation réduite de la droite  $(L)$  s'écrit sous la forme :  $y = ax + b$ .

Puisque  $(L)$  parallèle à  $(AC)$  donc  $a = 2$  alors  $y = 2x + b$ . Or  $B(3; 0) \in (L)$  alors  $y_B = 2x_B + b$  par suite  $0 = 2 \times 3 + b$   
 $0 = 6 + b$  donc  $b = -6$ . d'où l'équation réduite de la droite  $(L)$  est :  $y = 2x - 6$ .

6- La représentation de  $(D_1)$  et  $(D_2)$  dans un même repère  $(O, I, J)$



**Exercice 4**

- 1- voir la figure ci – dessous .
- 2- Puisque  $I$  est le milieu de  $[BC]$  alors  $\vec{BI} = \vec{IC}$  d'où le point  $C$  est l'image du point  $I$  par la translation  $T$ .
- 3- On a  $I$  et  $C$  sont respectives les images des points  $B$  et  $C$  alors l'image de  $(BI)$  est  $(IC)$  et puisque les deux droites  $(BC)$  et  $(BI)$  sont confondues alors ils ont même images d'où l'image de  $(BC)$  est  $(BC)$ .
- 4- Puisque  $K$  est l'image de  $A$  par la translation  $T$  alors le quadrilatère  $AKIB$  est un parallélogramme.  
 $BI = \frac{BC}{2} = \frac{2AB}{2} = AB$  et  $\widehat{ABK} = 90^\circ$  alors le quadrilatère  $AKIB$  est un carré.
- 5-  $ABI$  est un triangle rectangle isocèle en  $B$  alors  $\widehat{BAI} = 45^\circ$ , et puisque les points  $I, K$  et  $C$  sont respectives les images des points  $B, A$  et  $I$  alors l'image de l'angle  $\widehat{BAI}$  est l'angle  $\widehat{IKC}$  d'où  $\widehat{IKC} = \widehat{BAI} = 45^\circ$ .

