ÉQUATION D'UNE DROITE

11

Objectifs d'apprentissage

- Connaître et déterminer l'équation réduite d'une droite.
- Connaître le cas de parallélisme de deux droites en utilisant ses coefficients directeur.
- Connaître le cas de perpendicularité de deux droites en utilisant ses coefficients directeur.

Prérequis

- Repère dans le plan.
- Construire graphiquement une fonction linéaire.
- Vecteurs et translation.
- Reconnaître deux droites parallèles et deux droites perpendiculaires.

Gestion du temps

- 8 heures

Outils didactiques

- Tableau.
- Livre scolaire.
- Compas, Equerre.

- **Pr :** Abdelilah BOUTAYEB
- **Niveau :** 3ème APIC
- **Matière :** Mathématiques
- **Etablissement :** Collège Nahda

Activités

Activité 1 : Dans un repère orthonormé (O,I,J), construis la droite (D) passant par les points $A(5,1)\ et\ B(-2,3)$.

Activité 2 : Dans un repère orthonormé (O,I,J), On considère la droite (D) tels que :

$(D) : y = 3x + 1$

1) Trouver l'ordonnée du point A tel que son abscisse est 0.

2) Trouver l'abscisse du point A tel que son ordonnée est 2.

Contenu de la leçon

I- Equation réduite d'une droite :

1) Droite non parallèle à l'axe des ordonnés :

*** Définition :** Soit (O,I,J) un repère orthonormé.

L'équation réduite d'une droite (D) non parallèle à l'axe des ordonnés s'écrit sous forme : $(\boldsymbol{D}) : \boldsymbol{y = mx + p}$.

Avec : $\begin{cases} m \text{ est appelé le coefficient directeur de la droite } (D) \\ p \text{ est appelé l'ordonné à l'origine} \end{cases}$

*** Exemples :** * $(D) : y = 3x + 4$ est une équation réduite de la droite (D) tel que le coefficient directeur est 3, et l'ordonné à l'origine est 4.

** $(\Delta) : y = \frac{2}{3}x - 1$ est une équation réduite de la droite (Δ) tel que le coefficient directeur est $\frac{2}{3}$, et l'ordonné à l'origine est -1.

*** Remarque :** Soit $(D) : y = mx + p$ l'équation réduite de la droite (D) et $A(x_A, y_A)$ un point du plan.

$A \in (D)$ signifie que : $y_A = mx_A + p$.

*** Exemple :** Dans le plan muni d'un repère (O,I,J) on considère la droite (D) d'équation : $y = 2x - 3$.

Le point $A(1,-1)$ appartient-il à la droite (D) ?

➔ On a : $2x_A - 3 = 2 \times 1 - 3 = 2 - 3 = -1$

Donc : $y_A = 2x_A - 3$, alors le point A appartient à la droite (D).

2) Tracer une droite définie par son équation :

Pour tracer une droite définie par son équation, il suffit de déterminer deux points de cette droite.

*** Exemple :** Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J) on considère la droite (D) d'équation : $y = -2x + 3$.

Evaluation

Exercice 1 : On considère la droite (D) d'équation : $y = 3x - 8$.

1) Déterminer le coefficient directeur et l'ordonné à l'origine de la droite (D).

2) Déterminer parmi les points suivants ceux qui appartiennent à la droite (D) : $A(2,0)$ et $B(1,-5)$.

Exercice 2 : On considère la droite (D) d'équation : $y = 3x - 1$.

1) Déterminer le coefficient directeur et l'ordonné à l'origine de la droite (D).

2) Est-ce que le point $A(-1,4)$ appartient à la droite (D).

3) Déterminer la valeur de $''a''$ tel que $B(a,3)$ appartient à la droite (D).

Exercice 3 : Dans un même repère orthonormé (O,I,J), tracer les droites suivantes :

$(D) : y = 2x + 1$ ■ $(\Delta) : y = -x + 4$

Exercice 4 : Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) dans chaque cas :

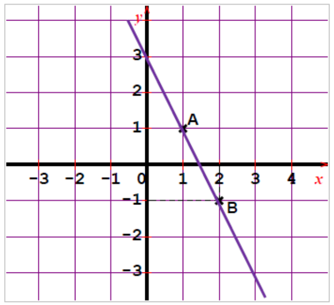
$A(1,3)\ et\ B(-2,5)$ ■ $A(-3,4)\ et\ B(2-1)$

Activités	Contenu de la leçon	Evaluation

Pour tracer la droite, je détermine deux point A et B distincts de la droite (D).

Pour déterminer les coordonnés des points A et B, je choisis des abscisses convenables pour A et B, et je détermine ses ordonnés par l'intermédiaire de l'équation de la droite (D).

* Si : $x_A = 1$, alors : $y_A = -2 \times 1 + 3 = -2 + 3 = 1$, donc : $A(1{,}1)$.
* Si : $x_B = 2$, alors : $y_B = -2 \times 2 + 3 = -4 + 3 = -1$, donc : $B(2,-1)$.



3) Trouver une équation réduite d'une droite définie par deux points :

*** Propriété :** Si la droite (D) définie par l'équation $y = mx + p$ passant par les deux points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$, donc son coefficient directeur est : $\boldsymbol{m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$ avec $x_A \neq x_B$.

*** Exemple :** Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) on considère les points $A(0{,}4)$ et $B(-2{,}0)$. Déterminons l'équation réduite de la droite (AB).

➔ On sait que : $(AB) : y = mx + p$.

* On détermine "m" : $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0-4}{-2-0} = \frac{-4}{-2} = 2$.
* On détermine "p" : On sait que $A \in (AB)$, alors : $y_A = 2x_A + p$.

Donc : $4 = 2 \times 0 + p$ ➔ $4 = 0 + p$ ➔ $4 = p$

Exercice 5 : Dans le plan muni d'un repère on considère une droite (D) de coefficient directeur : -4, et une droite (Δ) de coefficient directeur : 2.

1) Déterminer l'équation réduite de la droite (D) sachant que le point $A(2,-1)$ appartient à (D).

2) Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ) sachant que le point $B(0{,}5)$ appartient à (Δ).

Exercice 6 : Dans chaque cas déterminer l'équation réduite de la droite (L) passant par le point $M(3,-1)$ et parallèle aux droites suivantes :

1) $(D_1) : y = 2x - 6$

2) $(D_2) : y = \frac{-1}{3}x + 4$

3) $(D_3) : y = -5x - 1$

Exercice 7 : Dans chaque cas déterminer l'équation réduite de la droite (L) passant par le point $M(-2,-3)$ et perpendiculaire aux droites suivantes :

1) $(D_1) : y = 2x - 6$

2) $(D_2) : y = \frac{-1}{3}x + 4$

3) $(D_3) : y = -5x - 1$

Activités	Contenu de la leçon	Evaluation
	Donc : $(AB) : y = 2x + 4$.	

Activités

Activité 3 : **Activité : 3 – page : 177**

Activité 4 : **Activité : 4 – page : 177**

Contenu de la leçon

Donc : $(AB) : y = 2x + 4$.

II- Droites parallèles, droites perpendiculaires :

1) Condition de parallélisme de deux droites :

*** Propriété :** Soit (O,I,J) un repère orthonormé. (D) et (D') deux droites tels que $(D) : y = mx + p$ et $(D') : y = m'x + p'$.

Si : $\begin{cases} \boldsymbol{m = m'} \ alors : \boldsymbol{(D) \,//\, (D')} \\ \boldsymbol{(D) //(D')} \ alors : \boldsymbol{m = m'} \end{cases}$

*** Exemple :** Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J) on considère la droite (D) d'équation : $y = 4x + 5$ et (Δ) la droite d'équation : $y = 4x - 1$.

(D) et (Δ) ont le même coefficient directeur : 4, donc : $(D)//(\Delta)$.

2) Condition de perpendicularité de deux droites :

*** Propriété :** Soit (O,I,J) un repère orthonormé. (D) et (D') deux droites tels que $(D) : y = mx + p$ et $(D') : y = m'x + p'$.

Si : $\begin{cases} \boldsymbol{m \times m' = -1} \ alors : \boldsymbol{(D) \perp (D')} \\ \boldsymbol{(D) \perp (D')} \ alors : \boldsymbol{m \times m' = -1} \end{cases}$

*** Exemple :** Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J) on considère la droite (D) d'équation : $y = 3x + 2$ et (Δ) la droite d'équation : $y = \frac{1}{-3}x - 7$.

On a : $3 \times \frac{1}{-3} = -1$, donc : $(D) \perp (\Delta)$.

Evaluation

Exercice 8 : On considère les points : $A(3,4)$ et $B(2,-3)$. Déterminer l'équation réduite de la droite (D) tel que (D) est la médiatrice du segment $[AB]$.

Exercice 9 : Dans le plan muni d'un repère orthonormé on considère la droite (D) définie par l'équation : $y = 2x + 3$.

1) Montrer que $A(-1,1)$ appartient à la droite (D).
2) Déterminer le point d'intersection de (D) avec l'axe des ordonnés.
3) Montrer que $(L)//(D)$ tel que $(L) : y = 2x - 5$.
4) Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ) la perpendiculaire à (D).
5) Tracer les droites $(D), (L)$ et (Δ) dans un repère orthonormé.

Exercice 10 : On considère les points : $A(1,-1)$, $B(2,1)$ et $C(0,2)$.

1) Déterminer l'équation réduite de (AB).
2) Déterminer l'équation réduite de (BC)
3) En déduire que ABC est un triangle rectangle.