SESSION 2014

CONCOURS G2E

PHYSIQUE

Durée : 3 heures 30

Les calculatrices sont autorisées.

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est strictement interdit.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il en fait mention dans sa copie et poursuit sa composition. Dans ce cas, il indique clairement la raison des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Une grande attention sera apportée à la clarté de la rédaction et à la présentation des différents schémas.

Toutes les parties sont indépendantes les unes des autres, sauf les parties 1 et 2.

Dans toute l'épreuve la pesanteur est supposée uniforme et on prendra g = 10 m.s^{-2}.

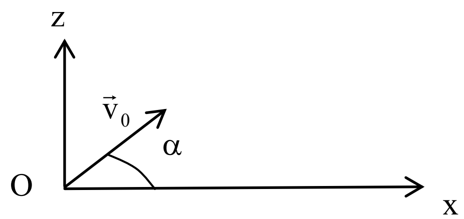
La constante des gaz parfaits est R = 8,31 J.mol^{-1}.K^{-1}.

On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen et rapporté à un repère cartésien (O,x,y,z).

---

1. MOUVEMENT D'UN PROJECTILE

Un point matériel, de masse m, est lancé à l'instant initial du point O avec une vitesse initiale v_0 faisant un angle α avec l'horizontale. Il n'est soumis qu'à son poids et le mouvement a lieu dans le plan (O,x,z).



1.1. Déterminer les lois horaires x(t) et z(t).

1.2. En déduire l'équation cartésienne z(x). A quel type de courbe la trajectoire correspond-elle ?

1.3. Déterminer les coordonnées X et Z du sommet S de la courbe.

1.4. Soit I le point d'impact du projectile sur le sol.

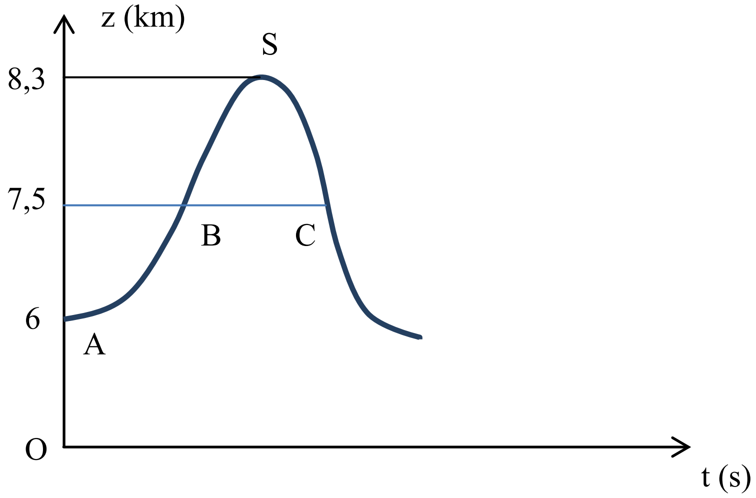
1.4.1. Exprimer la portée D = OI en fonction de v_0, α et g.

1.4.2. Exprimer la durée T du mouvement entre O et I.

1.5. On donne v_0 = 180 m.s^{-1} et α = 45°. Calculer Z, D et T.

2. L'IMPESANTEUR

Un avion, l'Airbus 300 Zéro-G, se déplace dans un plan vertical.
Sa carlingue est équipée pour l'entraînement des astronautes à l'impesanteur.
Il y a impesanteur à l'intérieur de la carlingue, si l'avion n'est soumis qu'à son poids (chute libre sans frottement).
L'altitude de l'avion varie au cours du temps selon la courbe ci-dessous.



En B, sa vitesse est de 180 m.s^{-1} avec un angle d'inclinaison α = 45° par rapport à l'horizontale.
Le long du trajet BSC, les moteurs sont coupés.

2.1. Préciser la trajectoire décrite sur le trajet BSC.
2.2. Calculer la durée t_{BSC} de l'impesanteur.

3. LE SON

L'air de l'atmosphère est considéré comme un gaz parfait caractérisé par :

- M = 29 g.mol^{-1}: sa masse molaire.
- μ : sa masse volumique.
- γ = 1,4 : son rapport C_p/C_v.
- T_0 =290 K : sa température au niveau du sol.

Le son est une onde qui se propage dans l'atmosphère avec une célérité c (vitesse de propagation).

On admet la relation $c^2 \mu \chi_S = 1$ où $\chi_S = -\left(\dfrac{\partial(\ell nV)}{\partial P}\right)_S$ est le coefficient de compressibilité isentropique de l'air.

3.1. À partir de la loi de Laplace en variables (P,V), montrer la relation : $P\gamma\chi_S = 1$.

3.2. En déduire l'expression de la célérité du son en fonction de la température T, γ, R et M.
Vérifier l'homogénéité de l'expression obtenue, et calculer la célérité du son au niveau du sol.

3.3. Pour retrouver rapidement la valeur précédente, on réalise l'expérience suivante.
On lâche dans un puits de profondeur h = 20 m, un objet de masse m, à l'instant t = 0.
On entend le bruit de l'impact sur l'eau à l'instant τ = 2,059 s. En négligeant les frottements de l'air, déduire de cette expérience la valeur de c.

3.4. On admet que le refroidissement de l'atmosphère, lorsque l'altitude croit, est dû à la détente isentropique de la masse gazeuse, entraînée par les courants verticaux.
On se propose de montrer que dans l'air, la température est de la forme : $T(z) = T_0[1-az]$ où a est une constante positive.

3.4.1. Écrire deux relations liant :

- la variation de pression dP à celle de l'altitude dz ; pour cela, on traduira le fait que le fluide est en équilibre.
- la variation de température dT à celle de la pression dP ; pour cela, on traduira le fait que la transformation est adiabatique réversible.

3.4.2. En déduire l'expression de T(z). On précisera la constante a en fonction de g, M, R, T_0 et γ, ainsi que sa valeur numérique.

3.4.3. À quelle altitude H aurait-on une température nulle en Kelvins, selon ce modèle ?

3.5. On pose $c_0^2 = \gamma R T_0/M$.

3.5.1. Montrer que la célérité du son à l'altitude z s'écrit : $c(z) = c_0\sqrt{1 - a\,z}$.
Calculer cette célérité à l'altitude z = 10 km.

3.5.2. Tracer l'allure de la courbe c(z).

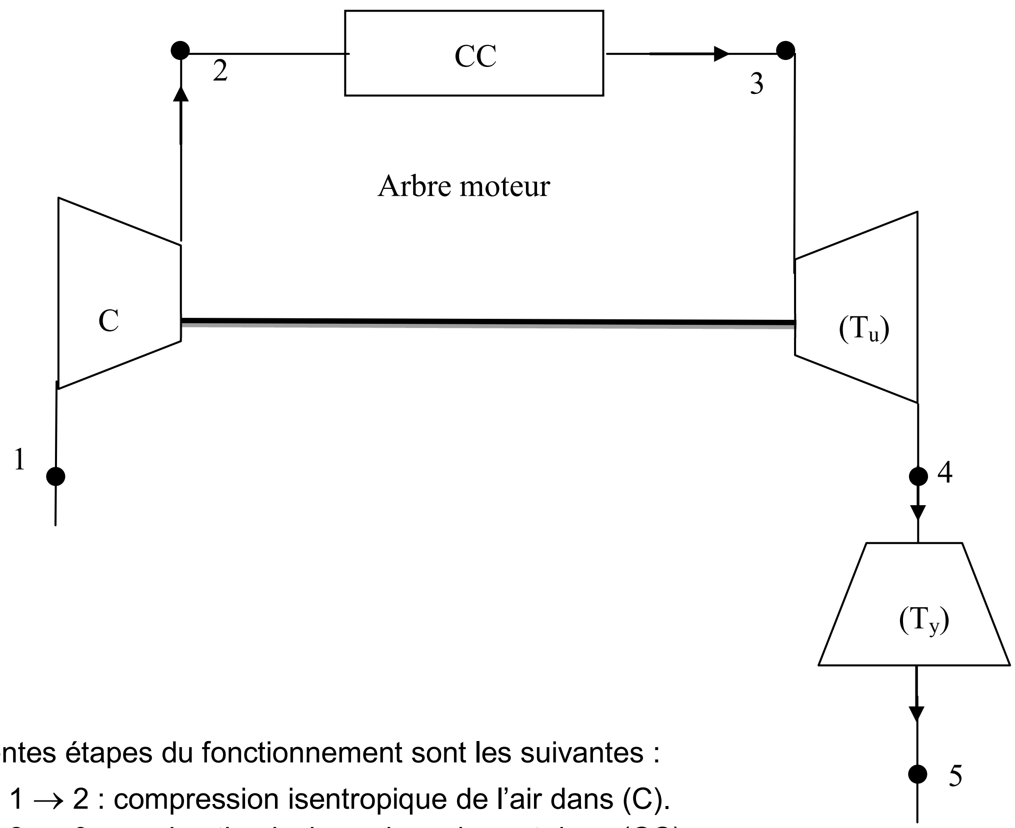
3.6. Un avion se déplace à l'altitude z à la vitesse v.
Si v > c(z), on dit que le vol est supersonique et si v < c(z), on dit que le vol est subsonique.
Lorsque l'avion passe d'un régime à l'autre, à une altitude donnée, on dit qu'il franchit le « mur du son ».

3.6.1. Faire apparaitre sur la courbe précédente, les zones supersonique et subsonique.

3.6.2. L'avion vole à une altitude de 10 km à 1200 $km.h^{-1}$. Il descend à vitesse constante.
À quelle altitude z_{MS}, franchit-il le mur du son ?

4. LE TURBORÉACTEUR

La figure suivante donne le schéma de principe du turboréacteur qui propulse l'avion et fait apparaitre un compresseur (C), une chambre de combustion (CC), une turbine (Tu) et une tuyère (Ty).



Les différentes étapes du fonctionnement sont les suivantes :

- 1 → 2 : compression isentropique de l'air dans (C).
- 2 → 3 : combustion isobare du carburant dans (CC).
- 3 → 4 : détente isentropique des gaz brûlés dans (Tu).
- 4 → 5 : détente isentropique des gaz dans (Ty).

L'énergie cinétique de l'air sera négligée sauf dans (Ty) et on assimilera les gaz brûlés et l'air à des gaz parfaits.

On donne : T_1 = 300 K, T_3 = 1200 K, $P_1 = P_5 = P_0$ = 1 bar, $\tau = P_2/P_1 = 8$, γ = 1,4, et c_p = 1 $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$.

Le débit massique de l'air dans le turboréacteur est $\mathcal{D}_m$ = 65 $kg.s^{-1}$ et le pouvoir thermique du carburant est φ = 45 $MJ.kg^{-1}$.

4.1. Exprimer le rapport T_2/T_1 en fonction de τ et γ. Calculer T_2.

4.2. A l'aide du premier principe industriel, exprimer les travaux utiles massiques w_C et w_T échangés dans le compresseur et la turbine.
Le travail développé par la turbine lors de la détente des gaz sert à entraîner le compresseur.
En déduire la relation : $T_1 + T_3 = T_2 + T_4$. Calculer T_4.

4.3. Exprimer et calculer la pression P_4.

4.4. Exprimer et calculer le débit massique $\mathcal{D}'$ du carburant dans (CC).

4.5. Exprimer et calculer la température T_5 ainsi que la vitesse v_S d'éjection des gaz.

4.6. Le rendement thermique η est défini comme le rapport de l'énergie cinétique du gaz à la sortie de (Ty) et de la chaleur fournie dans (CC). Exprimer et calculer ce rendement.

5. POUSSÉE D'ARCHIMÈDE ET VISCOSITÉ

On donne pour l'eau :

- $\mu_e = 1000$ kg.m^{-3}: la masse volumique de l'eau liquide.
- $\mu_g = 920$ kg.m^{-3} : la masse volumique de la glace.

5.1. Un iceberg dérive en mer. Exprimer et calculer le rapport entre le volume immergé V_i et le volume émergé V_e. On négligera la masse volumique de l'air ambiant devant celle de l'eau.

5.2. Un bloc de glace flottant, de forme parallélépipédique, de surface S et d'épaisseur H = 2 m, supporte un ours polaire de masse m = 400 kg.

5.2.1. Déterminer l'expression de la hauteur h immergée du bloc.

5.2.2. Déterminer la surface minimale pour que l'ours reste au sec.

5.3. On construit un ballon dirigeable gonflé à l'hélium de masse volumique μ_{He}.
Ce dirigeable servira à transporter des morceaux d'avion ; il se déplace dans l'air ambiant de masse volumique μ_a.

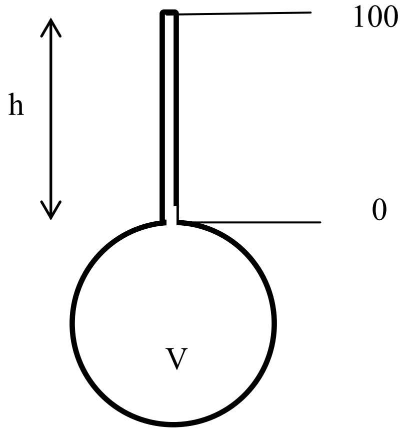
5.3.1. On définit la force portante F d'un mètre cube d'hélium, comme la différence entre la poussée d'Archimède et le poids du gaz. Exprimer F en fonction de μ_a, μ_{He} et g.

5.3.2. Au niveau du sol, on donne $\mu_a = 1{,}293$ kg.m^{-3} et $\mu_{He} = 0{,}179$ kg.m^{-3}.
Calculer la force portante F_0 au niveau du sol.

5.3.3. Au niveau du sol, la température et la pression ambiantes sont : $T_0 = 273$ K et $P_0 = 1$ bar. Lorsque le ballon s'élève à une altitude de 2km, ces grandeurs deviennent : T = 263 K et P = 0,79 bar.
On admet que la température du gaz est identique à celle de l'atmosphère, et que la pression du gaz dans l'enveloppe est maintenue égale à la pression extérieure à l'aide d'une soupape.
Calculer la nouvelle valeur de F.

5.3.4. La masse des structures, de l'appareillage et de la charge utile est M = 500 tonnes.
Quel doit être le volume du ballon dans les conditions de la question 5.3.3 ?
Si l'enveloppe du ballon est un cylindre de diamètre D = 45 m, calculer sa longueur L.

5.4. Un aéromètre ou densimètre est un appareil qui mesure la densité d'un liquide (par rapport à l'eau). L'appareil est simplement placé en équilibre vertical dans le liquide.
La tige supérieure de l'aéromètre, de hauteur h = 20 cm, de section s = 10 mm², est graduée linéairement de 0 à 100. On note V le volume de sa base sphérique.



Lorsqu'il flotte sur l'eau, sa surface affleure à la division n = 0.
Plongé dans le pentane, de densité d_P = 0,646, l'appareil indique la division n = 100.

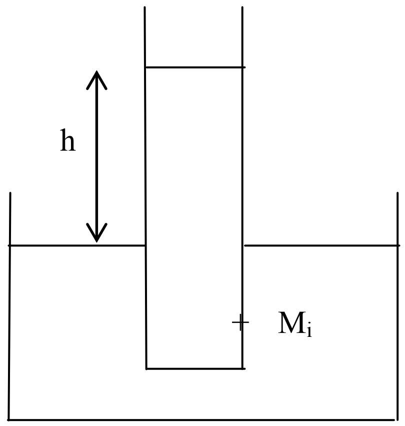
5.4.1. Calculer le poids P de l'aéromètre et le volume V.

5.4.2. Établir la relation suivante entre la densité d_L d'un liquide et l'indication n de l'appareil :

$$d_L(n) = \frac{182{,}5}{182{,}5 + n}.$$

5.4.3. On considère une huile qui sert de lubrifiant au moteur de l'avion précédent.
L'aéromètre placé dans cette huile indique n = 20. En déduire la densité d_h de l'huile.

5.5. On s'intéresse à la mesure de la viscosité de cette huile. Pour cela, on utilise une éprouvette cylindrique remplie d'huile, et plongée dans un bac également rempli d'huile.



5.5.1. Justifier qu'en tout point M_i de l'éprouvette immergée dans le bac, la différence de pression entre l'intérieur de l'éprouvette et l'extérieur ne dépend pas de la profondeur z_i du point et peut s'écrire : $\Delta P = P_{int} - P_{ext} = \mu_h g h$ où μ_h= 900 kg.m^{-3} est la masse volumique de l'huile.
On réalise sur la surface latérale immergée de l'éprouvette cent trous cylindriques calibrés de longueur L = 1 mm et de rayon r = 0,1 mm.

L'éprouvette se vide lentement, et on y ajoute régulièrement de l'huile de façon à y maintenir constamment le niveau de la surface libre à une hauteur h = 50 cm au-dessus de celui du bac. L'écoulement étant très lent, on considère la relation établie en 5.5.1 toujours valable.

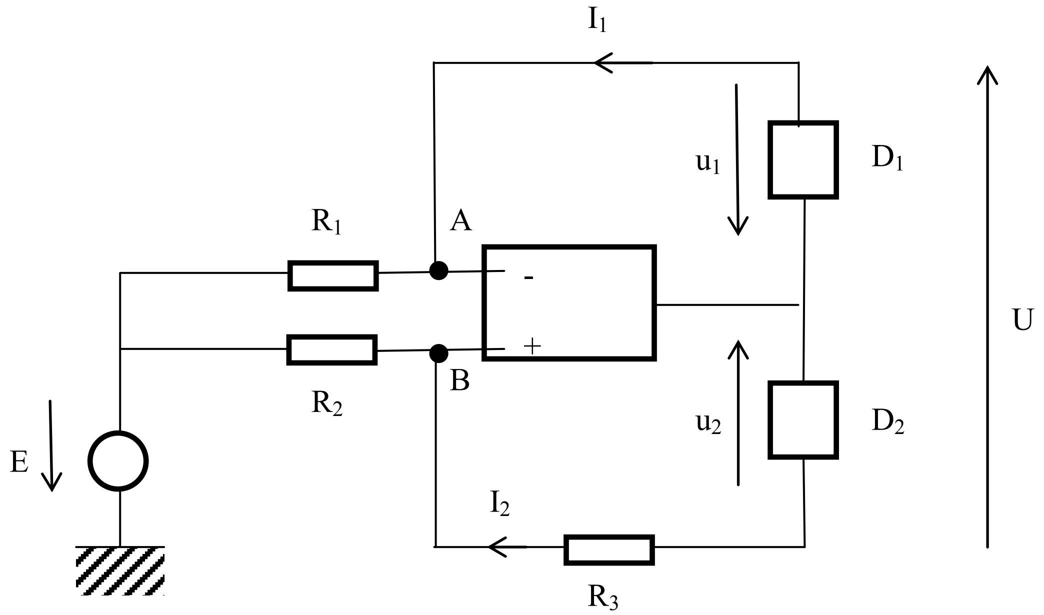
5.5.2. Pendant une durée τ = 10 min, on a dû rajouter un volume V = 0,5 L d'huile.
Calculer en m^3.s^{-1} le débit volumique à travers chaque trou.

5.5.3. En utilisant la loi de Poiseuille, en déduire la viscosité η de l'huile.

6. UN PEU D'ÉLECTRICITÉ

A. Sonde Thermique

On utilise une sonde thermique pour mesurer la température du liquide visqueux précédent.
Elle est constituée de deux dipôles identiques (D_1) et (D_2) sensibles à la température.
Dans le montage suivant, les amplificateurs opérationnels sont parfaits et fonctionnent en mode linéaire.



Le dipôle D_k (k = 1 ou 2) a la propriété de délivrer un courant $I_k = I_0 \exp(\beta u_k/T)$ où β = 5800 $K.V^{-1}$ est une constante et T est la température (en K) du boîtier de la sonde.

6.1. Ecrire une relation entre les tensions U, u_1 et u_2.

6.2. Exprimer le rapport I_2/I_1 en fonction de β, T et U.

6.3. Sachant que $V_A = V_B$, déterminer une relation entre I_1, I_2, R_1 et R_2 ; en déduire l'expression de U en fonction de T, β, R_1 et R_2.

6.4. Montrer la relation : $- V_A = E + R_2\, U/R_3$.

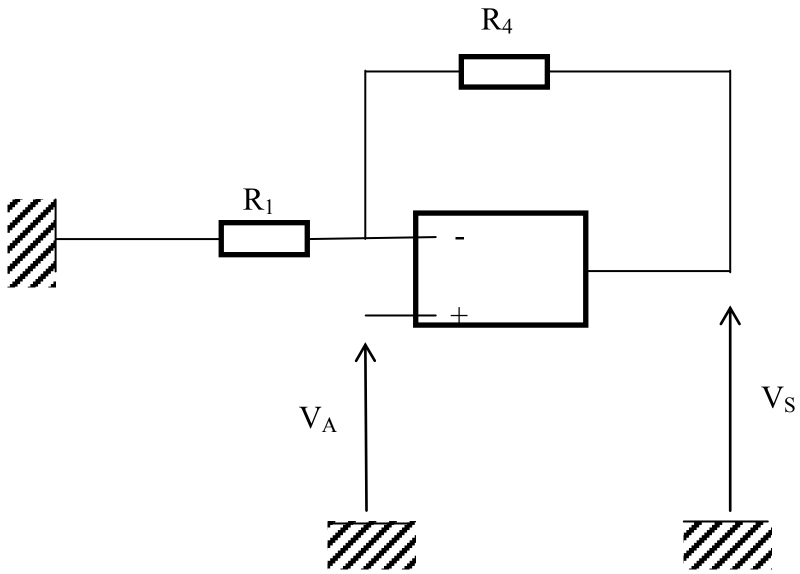
6.5. En déduire l'expression littérale de la fonction $V_A(T)$.

6.6. On donne E = 10 V, $R_2 = 2\, R_1 = 20$ kΩ et $T_0 = 273$ K.

6.6.1. Trouver la valeur à donner à R_3 pour avoir $V_A(T_0) = 0$.

6.6.2. Montrer que V_A est proportionnel à la température θ exprimée en °C ; on exprimera le coefficient de proportionnalité α en fonction de E et T_0.

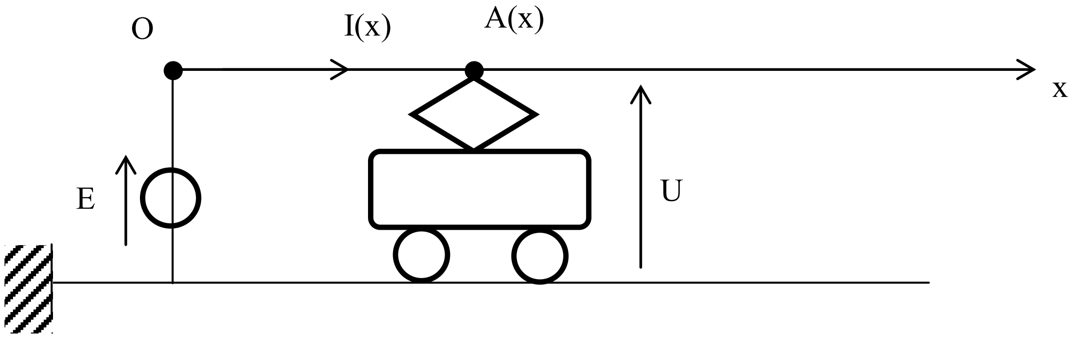
6.7. On complète le montage par le circuit ci-dessous de façon à transformer V_A.



Calculer la valeur à donner à la résistance R_4 pour avoir V_S(en V) = θ (en °C).

B. Locomotive

Pour transporter des pièces moins volumineuses d'un avion, on utilise un train de marchandises.
La locomotive fonctionne en traction électrique.
La caténaire de la ligne, électrifiée en courant continu, a une résistance linéique λ (en $\Omega.m^{-1}$).
La locomotive (point A), située à la distance x de la station (origine O) alimentant la ligne sous une tension continue E, consomme la puissance électrique $\mathcal{P}$ sous la tension U.

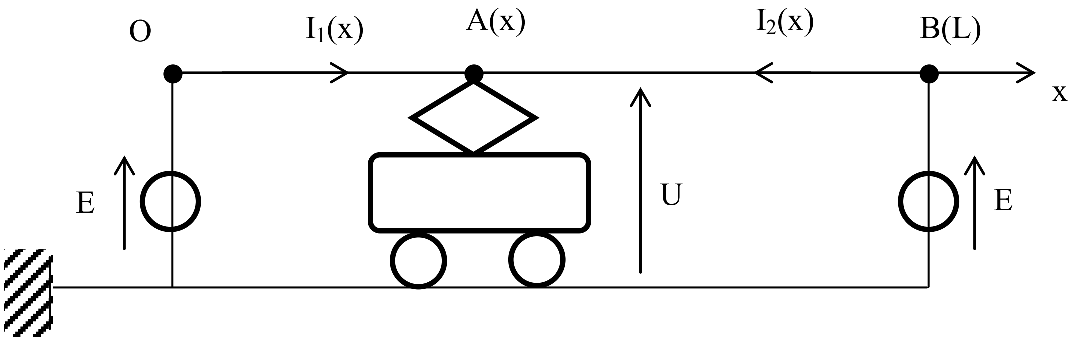


6.8. Exprimer la puissance $\mathcal{P}_0$ fournie par la station en fonction de U, $\mathcal{P}$, λ et x.

6.9. Déterminer, en fonction de U, $\mathcal{P}$**,** λ et η_0, la valeur maximale X de x pour que le rendement $\eta = \mathcal{P}/\mathcal{P}_0$ soit supérieur à une valeur de référence η_0.

On donne U = 1,5 kV, λ = 15 $\mu\Omega.m^{-1}$, $\mathcal{P}$ = 4,5 MW et on souhaite un rendement minimum η_0 = 0,9.

En réalité, la ligne de résistance totale R, est alimentée par deux sous-stations situées aux points O et B, et distantes de L = 25 km.



6.10. Déterminer, en fonction de R, L et x, les résistances $R_{OA}(x)$ et $R_{AB}(x)$ des tronçons OA et AB.

6.11. En déduire les expressions des intensités électriques $I_1(x)$ et $I_2(x)$ en fonction de x, L, et du courant I qui traverse le moteur de la locomotive.

6.12. Exprimer la tension U(x) aux bornes de la motrice.

6.13. En déduire la puissance $\mathcal{P}_J(x)$, dissipée par effet Joule dans la caténaire.

6.14. Localiser la position x_{min} de la motrice qui correspond au minimum de U.
Exprimer la tension minimale U_{min} correspondante.

6.15. Déterminer la puissance maximale dissipée dans la caténaire.

6.16. Vérifier que le rendement $\eta(x_{min})$ est supérieur à 0,9.