EPREUVE DE MATHEMATIQUES
Durée 1h 30

Questions Obligatoires

1.] Soit P l'énoncé : "Pour qu'un pion soit blanc il **faut** qu'il soit en bois"
Alors P signifie :

(A) "Tout pion blanc est en bois"
(B) "Tout pion en bois est blanc"
(C) "Si un pion est blanc alors il est en bois"
(D) "Si un pion est en bois alors il est blanc"
(E) "Pour qu'un pion soit en bois il suffit qu'il soit blanc"

2.]

(A) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1-x)}{x} = 1$

(B) $\lim\limits_{x\to 0} x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) = 0$

(C) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x^2+x-3}{x^2+x+1} = 2$

(D) $\lim\limits_{x\to 0} e^{-\frac{1}{x^2}} = 0$

(E) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x^2}-1}{x} = 1$

3.] Soit f une fonction définie et dérivable sur $]1,+\infty[$ dont le tableau de variations est :

x	1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$. Alors :

(A) $f'(4) < 0$
(B) $\mathcal{C}$ admet une asymptote verticale
(C) $\mathcal{C}$ admet une asymptote horizontale
(D) L'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution dans $[3,+\infty[$
(E) L'équation $f(x) = -1$ admet deux solutions dans $]1,+\infty[$

4.] Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par : $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$.

On note $\boldsymbol{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.

(A) La droite d'équation $x=1$ est une asymptote verticale de $\boldsymbol{C}$

(B) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

(C) La droite d'équation $y=x$ est asymptote à $\boldsymbol{C}$ en $-\infty$

(D) f est croissante sur $]1,+\infty[$

(E) f est décroissante sur $]0,1[$

5.] Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x)=1-x^2 & \text{si } x<0 \\ f(x)=x^2+2 & \text{si } x\geqslant 0 \end{cases}.$$

Alors :

(A) f n'admet pas de limite en 0

(B) f est dérivable en 0

(C) f est croissante sur $\mathbb{R}$

(D) L'équation $f(x)=0$ admet une et une seule solution dans $\mathbb{R}$

(E) f admet une fonction réciproque définie sur $\mathbb{R}$

6.]

(A) $\displaystyle\int_0^1 (t-1)^2\,dt=\frac{1}{3}$

(B) $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{t^2}\,dt=\ln 4$

(C) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{t+1}\,dt=\frac{1}{2}$

(D) $\displaystyle\int_0^\pi t\cos t\,dt=-2$

(E) $\displaystyle\int_0^\pi t\sin t\,dt=-2$

7.] Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(x+1)e^{-2x}$. On a :

(A) Pour tout $x\in\mathbb{R}$ $f'(x)=(x+2)e^{-2x}$

(B) f est croissante sur $\left]-\infty,-\dfrac{1}{2}\right[$

(C) La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0 a pour équation $y=-x+1$

(D) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

(E) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

8.] Soit f la fonction définie sur $D =]-2,0[\cup]0,+\infty[$ par : $f(x) = -3x + 2 + \dfrac{\ln(x+2)}{x}$

On note $\boldsymbol{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et Δ la droite d'équation $y = -3x + 2$

Alors :

(A) Δ est asymptote à $\boldsymbol{C}$ en $+\infty$

(B) Le point $M(-1, 5)$ appartient à l'intersection de Δ et $\boldsymbol{C}$

(C) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 2$

(D) $\boldsymbol{C}$ admet deux asymptotes verticales

(E) Il existe $a > 0$ tel que f soit décroissante sur $]a, +\infty[$

Questions à choisir (4 questions à choisir parmi les suivantes)

9.] Soit (u_n) une suite géométrique réelle de premier terme $u_0 = 36$ et de raison q.

Alors :

(A) Si $u_3 = \dfrac{4}{3}$ alors $q = \dfrac{1}{3}$

(B) Si $\dfrac{u_2}{u_4} = 4$ alors $q = 2$

(C) Si $q < \dfrac{1}{3}$ alors $u_4 < 1$

(D) Si il existe $n \in \mathbb{N}$ tel que $u_n = 1$ alors $q = \dfrac{1}{6}$

(E) Si $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n) = 30$ alors $q = -\dfrac{1}{5}$

10.] La suite réelle (u_n) est convergente :

(A) $u_n = \dfrac{n\sqrt{n+1}}{n^2+1}$

(B) $u_n = \dfrac{1 + (-1)^n \sqrt{n}}{n+1}$

(C) $u_n = \dfrac{\cos n}{n+1}$

(D) $u_n = \dfrac{(-1)^n n}{\sqrt{n+1}}$

(E) $u_n = \dfrac{\ln(e^n + 1)}{\sqrt{n+1}}$

11.] Un service de recrutement reçoit 15 dossiers dont 6 comportent un avis favorable et les 9 autres un avis défavorable. Les 15 dossiers sont classés au hasard.
La probabilité de l'évènement

(A) le premier dossier est favorable et le deuxième défavorable est $\frac{9}{35}$

(B) les deux premiers dossiers sont favorables est $\frac{1}{7}$

(C) les deux premiers dossiers sont défavorables est $\frac{6}{7}$

(D) au moins un des deux premiers dossiers est défavorable est $\frac{6}{7}$

(E) le deuxième dossier est favorable sachant que le premier est défavorable est $\frac{3}{7}$

12.] On lance deux dés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Pour chaque dé, les probabilités d'obtenir une des six faces sont égales. On note S la somme des points des faces supérieures. Si $2 \leqslant S \leqslant 3$ on gagne 20 points, si $3 < S \leqslant 5$ on gagne 10 points, si $5 < S < 10$ on gagne 5 points et si $10 \leqslant S \leqslant 12$ on gagne 1 point.
On note X la variable aléatoire donnant le nombre de points par lancer

(A) $P(X = 20) = P(X = 1)$

(B) $P(X = 5) = \frac{5}{9}$

(C) $P(X \leqslant 5) = \frac{13}{18}$

(D) $P(X \geqslant 10) = \frac{5}{18}$

(E) L'espérance de X est $\frac{64}{9}$

13.] Soit $m \in \mathbb{R}$. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les plans P et Q :

$$P : x - y + 2z + 3 = 0 \qquad Q : x + my + 2z + 1 = 0$$

Alors :

(A) Pour que P et Q soient sécants il faut que $m \neq -1$
(B) Si $m = -1$ alors P et Q sont parallèles
(C) Si $m = -1$ alors la droite de vecteur directeur $\vec{u}(1, -1, 2)$ et passant par le point $I(3, 0, -3)$ est perpendiculaire à Q
(D) Si $m = 5$ alors P et Q sont perpendiculaires
(E) Si $m = 5$ alors l'intersection de P et Q est une droite de vecteur directeur $\vec{v}(-2, 0, 1)$

14.] Soit ω un réel strictement positif et $z = \dfrac{1+i\omega}{1-i\omega}$

Alors :

(A) La partie réelle de z est égale à 1

(B) La partie imaginaire de z est égale à 2ω

(C) Le module de z est égal à 1

(D) Le module de $\dfrac{(1+i\omega)^2}{1-i\omega}$ est égal à $\sqrt{1+\omega^2}$

(E) Le module de $\dfrac{1+i\omega}{(1-i\omega)^2}$ est égal au module de $\dfrac{(1+i\omega)^2}{1-i\omega}$

15.] Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal, on considère les points P, Q, R et S d'affixe respective $z, z', \overline{z}, \overline{z'}$ où $z = -\sqrt{3}+i$ et $z' = -\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

Alors :

(A) $|z| = |z'|$

(B) $OP = OS$

(C) Les droites (PR) et (QS) sont parallèles

(D) Le triangle POR est isocèle

(E) Les points P, Q, R et S sont sur le cercle de centre O et de rayon 2

16.] Soit f une fonction définie et dérivable sur $[1,+\infty[$. On note $\boldsymbol{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. Alors :

(A) Si $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 1$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - x] = 0$

(B) Si $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 1$ alors la droite d'équation $y = x$ est asymptote à $\boldsymbol{C}$ en $+\infty$

(C) Si $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{\ln x} = 1$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$

(D) Si la droite d'équation $y = x$ est asymptote à $\boldsymbol{C}$ en $+\infty$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{\ln x} = 0$

(E) Si la droite d'équation $y = x$ est asymptote à $\boldsymbol{C}$ en $+\infty$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{e^x} = 0$