ACCÈS

SESSION 2008

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Lisez attentivement les instructions suivantes avant de vous mettre au travail :

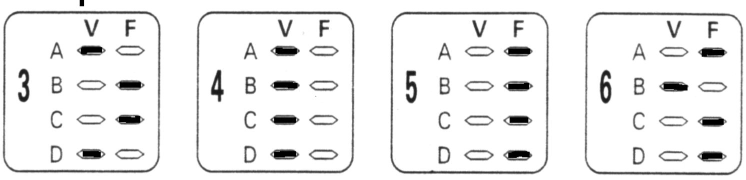
Cette épreuve est composée de deux parties :

$\rightarrow$ exercices n° 1 à 15 pondération 1

$\rightarrow$ exercices n° 16 à 22 pondération 2

Chaque question comporte quatre propositions, notées **A. B. C. D.**. Pour chaque proposition, vous devez signaler si elle est vraie en l'indiquant sur la grille de réponses en marquant la case sous la lettre V ; ou fausse en l'indiquant sur la grille de réponses en marquant la case sous la lettre F. Une réponse est donc une suite de quatre marques V ou F.

Exemples :



L'absence de marque (V, F) ou la mauvaise marque à une proposition n'entraîne pas de points négatifs.

Vous vous servirez de la feuille jointe pour indiquer vos réponses en noircissant les cases situées à côté des lettres correspondantes.

IMPORTANT :
L'utilisation d'une calculatrice est strictement interdite pour cette épreuve.

Nombre de pages de l'épreuve :	8
Durée de l'épreuve :	3 h 00
Coefficient de l'épreuve :	ESSCA $\rightarrow$ 4 IÉSEG $\rightarrow$ 5 ESDES $\rightarrow$ 3,5

Exercices n°1 à 15 : pondération 1

1) Soit le triangle rectangle ABC avec un angle droit en A tel que AC = $\frac{x}{2}$ et BC = $\frac{x}{\sqrt{2}}$.

Soit le triangle isocèle DEF avec DE = EF = $2\,x$, DF = x et h sa hauteur (h perpendiculaire à DF).

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Le triangle ABC possède 2 angles égaux.

B. La surface du triangle ABC vaut $\frac{x^2}{4}$.

C. La hauteur h du triangle DEF vaut $x\sqrt{\frac{15}{2}}$.

D. La surface du triangle DEF vaut $x^2\sqrt{\frac{15}{2}}$.

2) Une surface est recouverte d'un carrelage composé de faïences circulaires. L'espace entre les faïences est comblé par des joints en ciment.

figure 1

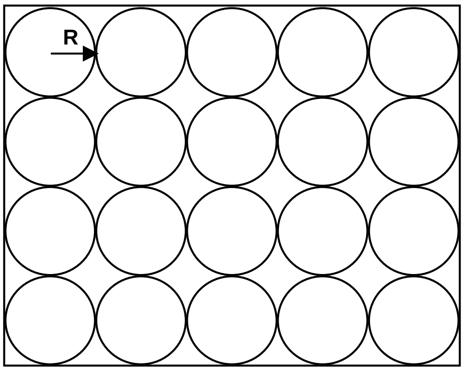
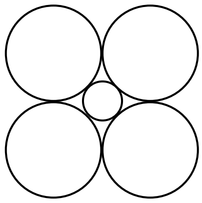


figure 2



A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. La proportion de surface en faïences dans la figure 1 est égale à π / 4.

B. Si le rayon R double, la surface occupée par les joints en ciment est divisée par quatre.

C. Si la surface rectangulaire totale est égale à 3,2 m^2, le rayon des faïences est de 40 cm.

D. Le rayon maximum du cercle que l'on peut inscrire entre 4 faïences contiguës (figure 2) est égal à $\mathrm{R}(\sqrt{2}-1)$.

3) On considère les nombres de quatre chiffres contenant une fois chacun des chiffres 1, 2, 3 et 4, et vérifiant les trois conditions suivantes :

- si 1 est en première position alors 2 est en troisième position
- si 2 est voisin de la deuxième position alors 1 est en quatrième position
- 4 est en troisième position

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. 1342 est possible.

B. 3241 est possible.

C. 2143 est possible.

D. Il y a exactement 4 nombres possibles.

4) La masse volumique (MV) d'un corps, exprimée en kg/m^3, est donnée par la formule $MV = \frac{M}{V}$ où M désigne la masse exprimée en kg et V le volume exprimé en m^3. Nous possédons 3 billes (une en fer, une en cuivre et une en zinc). Pour simplifier les calculs, on considère le volume d'une bille $V = 4R^3$ où R est le rayon. La bille de fer a un diamètre de 0,2 m. La bille de cuivre a une masse de 8 kg. La bille de zinc a un volume de 0,001 m^3.

Métal	Fer	Cuivre	Zinc
Masse volumique	7800 kg/m^3	8000 kg/m^3	7200 kg/m^3

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. La masse de la bille de fer est inférieure à 1,5 kg.

B. Le volume de la bille de cuivre est de 0,001 m^3.

C. Le rayon de la bille de cuivre est inférieur à 20 cm.

D. Si les 3 billes avaient la même masse, celle de zinc aurait le plus grand rayon.

5) Trois amies, Juliette, Lucie et Marie partent au même instant pour se rendre au centre ville situé à 8 km. Juliette part à pied. Lucie emmène Marie dans sa voiture. Au bout d'un certain temps, Marie descend de la voiture et poursuit la route à pied. Lucie revient alors vers Juliette et les deux amies terminent le chemin jusqu'au centre ville en voiture. Juliette, Lucie et Marie arrivent à destination exactement au même instant. Juliette et Marie ont marché à une vitesse constante de 6 km à l'heure. La voiture a roulé à une vitesse constante de 30 km à l'heure. A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Les distances parcourues à pied par Juliette et Marie sont égales.

B. Lorsque Marie descend de voiture, Juliette a parcouru 2 km.

C. Marie a parcouru 6 km à pied.

D. La durée du trajet est supérieure à 30 minutes.

6) Dans une colonie de vacances comprenant 100 enfants, chacun des enfants doit pratiquer au moins l'un des trois sports suivants : football, volley-ball, basket-ball. 60 enfants pratiquent le football, 50 pratiquent le volley-ball et 40 pratiquent le basket-ball.
A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Si 50 enfants ne pratiquent que l'un des 3 sports alors aucun ne pratique les trois sports.

B. Si 60 enfants ne pratiquent que l'un des 3 sports alors 5 enfants pratiquent les trois sports.

C. Si 70 enfants ne pratiquent que l'un des 3 sports alors 10 enfants pratiquent les trois sports.

D. Le nombre d'enfants pratiquant un seul sport ne peut pas dépasser 70.

7) Nathalie confie à une amie d'enfance les renseignements suivants :

- Si je suis en vacances alors je fais du sport.
- Si je ne suis pas en vacances alors je ne fais pas de régime.
- Je suis détendue ou je ne fais pas de sport.
- Je fais un régime.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Nathalie fait du sport.

B. Nathalie n'est pas détendue.

C. Nathalie n'est pas en vacances.

D. Si Nathalie n'est pas détendue alors elle n'est pas en vacances.

8) Un groupe de x amis se rend à la patinoire. Chacun a donné 6 €, prix d'entrée, à la personne achetant les billets. A la caisse, ils se rendent compte que le prix de la location des patins n'est pas inclus. y personnes ajoutent 1 € ; les z autres 2 €. Les billets achetés, il reste finalement 6 € de trop.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Le prix total des billets est de $6x+y+2z-6$ €.

B. Le prix d'un billet est de $6+\frac{(y+z-6)}{x}$ €.

C. Le prix d'un billet peut aussi se calculer : $8-\frac{(y+6)}{x}$ €.

D. Si les y personnes représentent un tiers du groupe, le prix du billet vaut $\frac{23}{3}-\frac{6}{x}$ €.

9) Un institut de sondage réalise une enquête sur la pratique des sports suivants : tennis, football et athlétisme.
Sur les 1500 personnes interrogées :

- 310 ont répondu pratiquer exclusivement l'athlétisme, 600 pratiquer le football et 200 le tennis,
- les personnes pratiquant exclusivement le football sont 4 fois plus nombreuses que celles pratiquant exclusivement le tennis,
- parmi les personnes pratiquant le tennis, 25 % pratiquent également le football mais pas l'athlétisme,
- 150 personnes font à la fois du football et de l'athlétisme,
- 40 personnes pratiquant 2 sports, ne font pas de football.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. 1000 personnes ne pratiquent pas l'athlétisme.

B. 200 personnes ne pratiquent aucun de ces sports.

C. 20 personnes pratiquent les 3 sports proposés.

D. 100 personnes pratiquent exclusivement le tennis

10) Le jour de leur anniversaire commun, une grand-mère partage entre 2 de ces petits-enfants, la somme de 4620 €. Louis fête ses 16 ans et Véronique, ses 17 ans. L'argent est immédiatement placé en banque à un taux d'intérêt de 10 % l'an. Le partage est fait de telle manière que chacun aura sur son compte bancaire, la même somme à sa majorité.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Louis reçoit 2420 €.

B. Véronique reçoit 420 € de moins que Louis.

C. A leur majorité, ils auront chacun plus de 2700 € sur leur compte.

D. Dans un an, Louis aura 240 € de moins sur son compte que Véronique.

11) Le directeur des Ressources Humaines d'une entreprise affirme : "Pour bénéficier de la prime de fin d'année, il faut avoir participé au salon de l'été dernier !"

A partir de cette information, on peut conclure que :

A. Tous ceux qui bénéficieront de la prime de fin d'année ont participé au salon de l'été dernier.

B. Tous ceux qui ont participé au salon de l'été dernier, bénéficieront de la prime de fin d'année.

C. Ceux qui ne bénéficieront pas de la prime de fin d'année, n'ont pas participé au salon de l'été dernier.

D. Ceux qui n'ont pas participé au salon de l'été dernier ne recevront pas la prime de fin d'année.

12) Trois amis, musiciens complets, Alexis, Bruno et Charlie, disposent de deux guitares, un piano et une batterie. Ils décident d'exécuter ensemble un morceau avec les contraintes suivantes : si Alexis est au piano alors Bruno est à la guitare, si Alexis est à la guitare alors Charlie est au piano, si Bruno est à la guitare alors Charlie est aussi à la guitare, si Alexis est à la batterie alors Charlie est au piano, si Charlie est au piano alors Bruno est à la guitare.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Alexis joue de la guitare.

B. Bruno joue de la guitare.

C. Charlie joue du piano.

D. Charlie ne joue pas de guitare.

13) Le carré ci-dessous comprend 81 cases. Résoudre le problème appelé « Sudoku » revient à remplir chacune des 81 cases par un chiffre de 1 à 9 en respectant la règle qui est : « Chaque ligne, chaque colonne et carré 3×3 doit contenir tous les chiffres de 1 à 9. ». Certains chiffres sont déjà positionnés.

							1	
4	W							
	2				X			
				5		4		7
		8		Z		3		
		1		9				
3			4			2		
	5		1					
			8		6	Y		

Vous n'avez pas besoin de résoudre complètement le problème pour répondre aux questions.

A. La case repérée par « W » dans la 2ème ligne contient un 1.

B. La case repérée par « X » dans la 3ème ligne contient un 1.

C. La case repérée par « Y » dans la 9ème ligne contient un 1.

D. La case repérée par « Z » dans la 5ème ligne contient un 1.

14) Teigne est un adorable petit chat de mon quartier. Nous avons les informations suivantes sur les chats de mon quartier :

- Les chats de mon quartier n'apprécient pas les chiens.
- Les chats roux apprécient les chiens.
- Les chats qui ont un beau panier ont un maître fortuné.
- Les chats qui n'ont pas de beau panier sont roux.
- Les chats non rusés n'ont pas de maître fortuné.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Teigne est un chat roux.

B. Les chats qui ont un beau panier sont rusés.

C. Teigne n'est pas rusé.

D. Les chats non rusés sont roux.

15) Elie, Florimond, Gaétan et Hubert prononcent respectivement les phrases suivantes :

- Elie : « Le Bénin s'appelait autrefois le Dahomey »
- Florimond : « 126456 est un multiple de 33 »
- Gaétan : « La phrase prononcée par Elie est fausse »
- Hubert : « Aucune des phrases précédentes n'est vraie »

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Florimond dit vrai. **B.** Exactement 2 phrases sont vraies. **C.** Aucune phrase n'est vraie. **D.** On ne peut pas donner le nombre de phrases vraies.

Exercices n°16 à 22 : pondération 2

16) On considère la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{x^2+x-6}-2x$

A. L'ensemble de définition de la fonction f est l'ensemble $[-3;2]$

B. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

C. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

D. Pour tout x appartenant à l'ensemble de définition de f

$f^{'}(x)=\dfrac{2x+1-\sqrt{x^2+x-6}}{\sqrt{x^2+x-6}}$ où $f^{'}$ est la fonction dérivée de f

17) On considère la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{1+x}{1+e^x}-x$ et g la fonction définie par : $g(x)=-e^x(e^x+x+2)$

A. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

B. La fonction dérivée $f^{'}$ et la fonction g ont le même signe

C. L'équation $\dfrac{1+x}{1+e^x}=x$ admet une solution unique α sur $[0;+\infty[$ avec $0<\alpha<1$

D. La droite D d'équation $y=-x$ est une asymptote à la courbe représentative de f quand x tend vers $+\infty$

18) Soit f la fonction définie par : $f(x)=\ln(e^{2x}-e^x+1)$ où ln désigne le logarithme népérien

A. L'ensemble de définition de la fonction f est $[0;+\infty[$

B. Pour tout x appartenant à l'ensemble de définition de f on a :
$f(x)=2x+\ln(1-e^{-x}+e^{-2x})$

C. La fonction f atteint son maximum pour $x=-\ln 2$

D. La tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse nulle a pour équation $y=x$

19) Pour tout couple (a,b) tel que $(a,b)\neq(0,0)$, on définit sur $]0,+\infty[$ la fonction $f_{a,b}(x)=ax+b+\frac{\ln x}{x}$ et $C_{a,b}$ sa courbe représentative.

A. La droite d'équation $y=ax+b$ est une asymptote à la courbe représentative $C_{a,b}$

B. $\lim\limits_{x\to 0^+} f_{a,b}(x)=b$

C. Il existe une unique courbe $C_{a,b}$ passant par le point A de coordonnées (1,1)

D. Il n'existe pas de courbe $C_{a,b}$ passant par le point B de coordonnées (1,0) et admettant en B une tangente parallèle à la droite d'équation $y=2x$

20) On considère l'inéquation suivante (E) : $x+4m>5\sqrt{mx}$ où m est un paramètre réel donné.

A. Les valeurs de x qui vérifient l'inéquation (E) ont le signe du paramètre m

B. Si $m>0$ alors l'ensemble de solutions de l'inéquation (E) est $]m;16m[$

C. Si $m=0$ alors l'ensemble de solutions de l'inéquation (E) est $]0;+\infty[$

D. Si $m<0$ alors l'ensemble de solutions de l'inéquation (E) est $]-\infty;0[$

21) On considère la fonction f définie par $f(t)=te^{-2t+1}$ et

la fonction F définie sur l'ensemble des réels par $F(x)=\int_0^x f(t)dt$

A. La fonction f est croissante sur l'ensemble des réels

B. La fonction F est positive pour tout x positif

C. Pour tout x réel, on a : $F(x)=-\frac{1}{4}(2x+1)e^{-2x+1}$

D. $F(1)\leq\frac{1}{2}$

22) Une entreprise lance simultanément deux produits a et b. Afin de promouvoir ces produits, elle fait appel à des sociétés de publicité qui procèdent à des sondages. La campagne publicitaire dure plusieurs semaines. Chaque semaine, on interroge les mêmes individus.

On définit les événements suivants :

A_n : l'individu interrogé se déclare favorable au produit a à la $n^{ième}$ semaine.

B_n : l'individu interrogé se déclare favorable au produit b à la $n^{ième}$ semaine.

On pose : P_n = Probabilité de A_n , Q_n = Probabilité de B_n et on suppose qu'un individu interrogé est obligé de se déterminer soit pour le produit a , soit pour le produit b .

On constate qu'un individu, favorable au produit a à un moment donné, garde une fois sur deux le même avis la semaine suivante, alors qu'un individu favorable au produit b garde le même avis six fois sur dix la semaine suivante.

A. $P_n + Q_n = 1$

B. La probabilité pour un individu interrogé se déclare favorable au produit b sachant qu'il s'est déclaré favorable au produit a la semaine précédente est 0.5

C. La probabilité pour un individu interrogé se déclare favorable au produit b à la $n^{ième}$ semaine et aussi à la semaine suivante est 0.5 Q_n

D. $Q_{n+1} = 0.1Q_n + 0.5$