المعهد الوطني للبريد و المواصلات

INSTITUT NATIONAL DES POSTES ET TELECOMMUNICATIONS

CONCOURS D'ACCES EN PREMIERE ANNEE DU CYCLE D'INGENIEURS D'ETAT

29-06-2001

Epreuve de PHYSIQUE

(Durée :3Heures)

Avertissement :

-L'appréciation des copies tient compte de la rigueur, de la clarté des raisonnements et de la présentation.

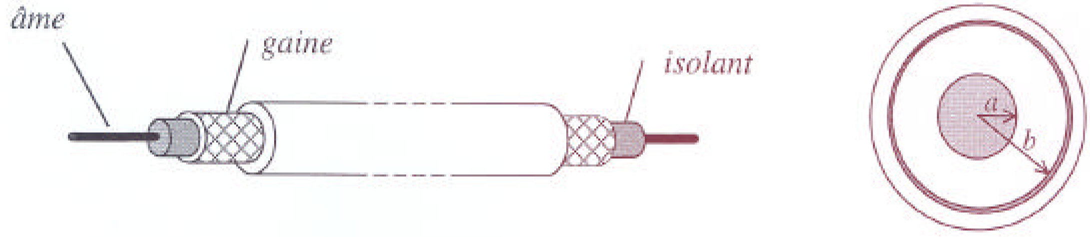
-Encadrer vos résultats.

Agence Nationale de Réglementation des Télécommunications

PROBLEME ETUDE DES CARACTERISTIQUES D'UN CABLE COAXIAL

Important : ***Les quatre parties sont indépendantes. Les données sont précisées au début du problème.***

On s'intéresse à l'étude de quelques propriétés d'un câble coaxial sur des modèles simplifiés. Comme l'indique le schéma ci-dessous le câble est constitué d'un conducteur central ou âme du câble qui est un fil cylindrique en cuivre de rayon a tandis que le conducteur extérieur ou gaine est constitué de fils de cuivre étamé tressés sur un isolant parfait (polyéthylène) de rayon b.



Coupe transversale

Figure 1

Lorsque le câble de longueur h, est ouvert à son extrémité il se comporte comme un condensateur de capacité $C = \Gamma h$ et lorsque l'extrémité est court-circuitée il se comporte comme une inductance propre $L = \lambda h$.

Données numériques :

$a = 0{,}43$ mm $\quad$ $b = 1{,}47$ mm $\quad$ $h = 100$ m

la permittivité électrique du vide est $\varepsilon_0 = 10^{-9}/(36\pi)$ S.I.

la permittivité électrique du polyéthylène est $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ *avec* $\varepsilon_r = 2{,}26$.

la perméabilité magnétique du vide est $\mu_0 = 4\pi 10^{7}$ S.I.

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{B}) = \overrightarrow{grad}(div\vec{B}) - \Delta\vec{B} \quad \equiv \quad \vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{B}) - \vec{\nabla}^2\vec{B}$$

1ère Partie ELECROSTATIQUE : CALCUL DE LA CAPACITE .

Le câble est modélisé par deux conducteurs cylindriques coaxiaux d'axe Oz séparés par le polyéthylène qui est un isolant homogène isotrope de permittivité électrique ε et de perméabilité magnétique μ_0. Le premier plein, de rayon a porté au potentiel V_A ; le second est creux, de rayon b et porté au potentiel V_B ($a < b$ et $V_A > V_B$). L'ensemble est en équilibre électrostatique loin de toute autre charge. La longueur du câble est $h >> b$ (on néglige les effets de bord) .

Un point M est repéré par ses coordonnées cylindriques : r, θ et z.

1) Entre les deux conducteurs on fait l'hypothèse : le potentiel $V(M) = V(r)$. Justifier cette hypothèse.

2) A partir de l'équation de Laplace et des conditions aux limites, montrer que pour $a < r < b$, $V(r) = K.\ln(r) + K'$ où K et K' sont des constantes d'intégration qu'on exprimera en fonction de a, b, V_A et V_B.

On donne en coordonnées cylindriques : $\Delta V(r) = \dfrac{1}{r}\dfrac{d}{dr}\left(r\dfrac{dV(r)}{dr}\right)$.

3) En déduire l'expression du champ $\vec{E}$.

4) A partir du théorème de Coulomb exprimer les densités surfaciques de charges σ_A et σ_B en fonction de a, b, V_A, V_B et ε. Comparer $|\sigma_A|$ et $|\sigma_B|$.

5) Calculer les charges Q_A et Q_B portées par les surfaces des conducteurs du câble de longueur h, les comparer. Quel résultat du cours retrouve-t-on ?

6) En déduire la capacité du condensateur formé par le câble de longueur h et calculer sa capacité par unité de longueur Γ.

7) Quel est l'ordre de grandeur des capacités utilisées au laboratoire ?

8) Quelle est la signification physique d'une capacité électrique ?

2ème PARIE REGIME TRANSITOIRE : DETERMINATION DE LA CAPACITE LINEIQUE Γ.

On suppose que la durée du régime transitoire est grande devant le temps de propagation. La charge est répartie de manière quasi-uniforme sur la gaine d'une part et sur l'âme d'autre part. Γ peut être mesuré à partir de la courbe de charge du condensateur-câble attaqué par un échelon de tension.

Le montage de mesure de la figure 2 est équivalent au circuit de la figure 3

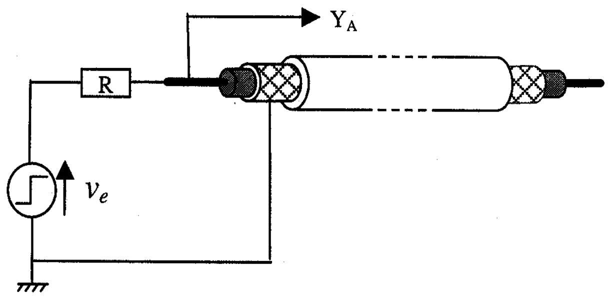


Figure 2

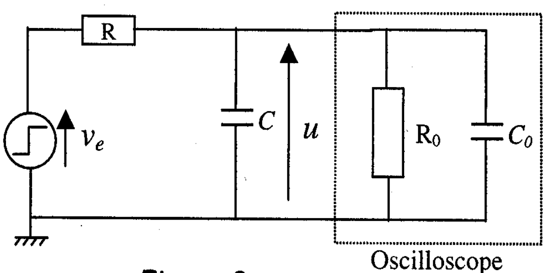


Figure 3

$R_0 = 1\ \mathrm{M\Omega}$, $C_0 = 20\ \mathrm{pF}$ sont respectivement la résistance et la capacité d'entrée de l'oscilloscope. C est la capacité du câble.

9) Comment doit-on choisir la période d'un signal carré délivré par le générateur de fonction (G.B.F) pour visualiser à l'oscilloscope la courbe de charge ?

10) En supposant que $C_0 << C$. $R = 100\ \mathrm{k\Omega}$

$v_e = E$ pour $t > 0$

$v_e = 0$ pour $t < 0$.

Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension u aux bornes du condensateur pour $t > 0$.

11) Résoudre cette équation avec C initialement déchargé.

12) On note t_r la durée que met la tension u pour passer de la valeur 10% à la valeur 90% de sa valeur maximale.

Montrer que t_r s'écrit: $$t_r = \frac{RR_0}{R+R_0} C \ln 9$$ (ln désigne le logarithme népérien)

13) Pour un câble de longueur $h = 100$ m, on mesure $t_r = 2{,}05$ ms. En déduire la valeur de Γ, la comparer à la valeur donnée par le constructeur $\Gamma = 100\ \mathrm{pF.m^{-1}}$ et à la valeur théorique calculée dans la question **6)**.

3ème Partie MAGNETOSTATIQUE : CALCUL DE L'INDUCTANCE LINEIQUE λ.

Dans cette partie la gaine et l'âme du câble sont parcourues par des courants de même intensité et de sens opposés modélisés par des répartitions surfaciques (figure 4). On néglige l'effet des bords ($h >> b$ *câble considéré comme infini*) .

14) A l'aides des propriétés de symétrie du champ d'induction magnétique montrer que $\vec{B}(M) = B(r)\vec{u}_\theta$

$(\vec{u}_r\ ,\ \vec{u}_\theta\ ,\ \vec{u}_z)$ base orthonormée associée au système de coordonnées cylindriques : (r, θ, z).

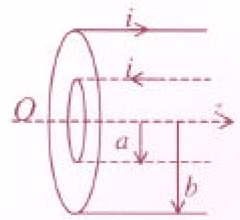


Figure 4

15) A l'aide du théorème d'Ampère sur un contour qu'on précisera, calculer $\vec{B}$ en tout point de l'espace, on distinguera les trois cas $r < a$, $a < r < b$ et $r > b$.

16) Exprimer les densités surfaciques de courant sur les surfaces des conducteurs ($r = a$ et $r = b$) et vérifier les conditions de passage sur ces surfaces pour $\vec{B}$.

17) On rappelle que la densité volumique d'énergie magnétique en un point M est $w = B^2/(2\mu_0)$. Déterminer l'énergie magnétique contenue dans le câble, en fonction de a, b, h, i et les constanes.

18) Rappeler l'expression de l'énergie magnétique en fonction du coefficient d'auto-induction L (appelé aussi inductance ou self) et du courant i.

19) En déduire l'inductance par unité de longueur λ du câble. Calculer sa valeur numérique.

4ème partie REGIME SINUSOIDAL : MESURE DE L'INDUCTANCE LINEIQUE λ.

On ferme l'extrémité du câble par un fil comme l'indique le montage de la figure 5 et qu'on modélise par le circuit de la figure 6. L'oscilloscope, utilisé ici comme voltmètre, et l'ampèremètre A sont supposés idéaux. On notera Z l'impédance du câble.

20) Exprimer le carré du module de l'impédance $|Z|^2$ en fonction de L, R_c et la pulsation ω du générateur.

21) Des deux appareils, l'ampèremètre A et l'oscilloscope Y_A utilisés dans le montage, lequel mesure une amplitude et lequel mesure une valeur efficace ? Soient I et V les valeurs efficaces du courant et de la tension mesurées, quelle est la relation entre $|Z|$, I et V ?

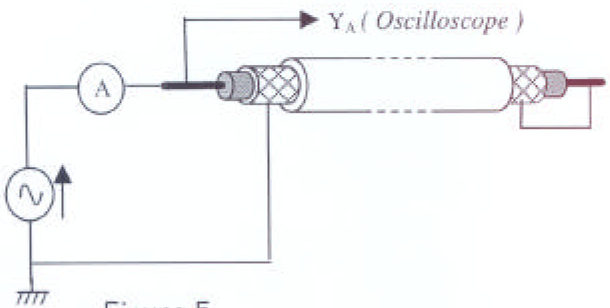


Figure 5

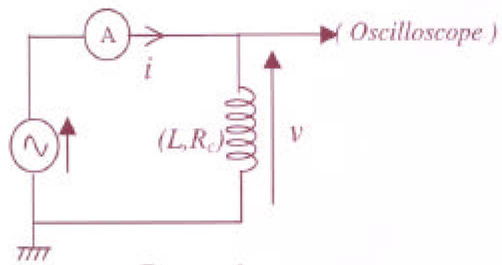


Figure 6

22) Pour déduire la valeur de ω quel paramètre doit-on mesurer, et sur quel appareil ?

23) La représentation de $|Z|^2$ en fonction de ω^2 à partir des résultats obtenus a donné le graphe de la figure 7 pour des fréquences inférieures à 30 kHz.

Déduire du graphe les valeurs de L et de R_c.

24) En déduire la valeur de l'inductance par unité de longueur λ. Comparer cette valeur à celle calculée dans la question **19**). Commenter ?

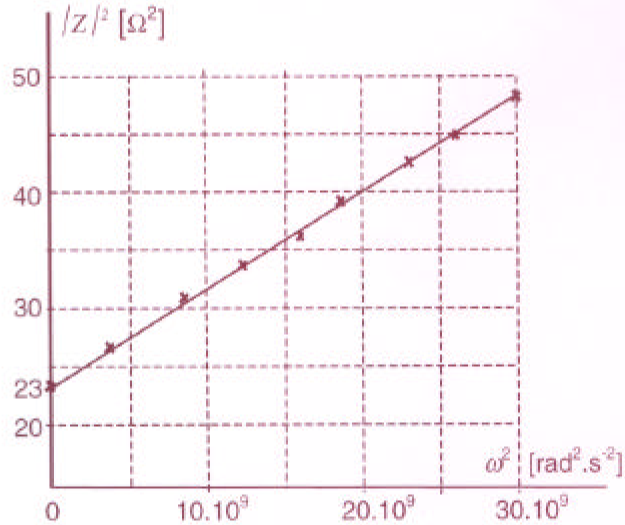


Figure 7

$5^{ème}$ PARTIE ONDES : VITESSE DE PHASE DANS LE CABLE.

En hautes fréquences le courant n'a plus la même intensité pour tous les points du câble. On pose $i = i(z,t)$ et la ddp entre l'âme et la gaine est $u = u(z,t)$. Un modèle simplifié d'une tranche entre z et $z+dz$, sans tenir compte des pertes, est représenté sur la figure 8.

λdz et Γdz sont respectivement l'inductance et la capacité associées à la tranche de longueur dz.

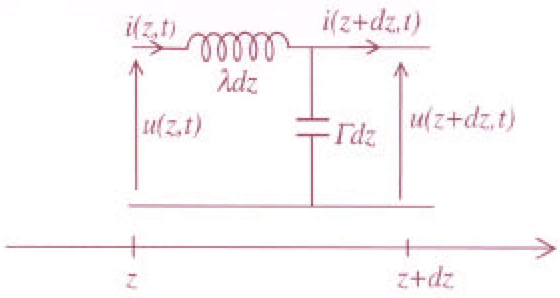


Figure 8

25) **a)** Rappeler la relation entre l'intensité qui traverse une bobine parfaite et la tension à ses bornes à un instant t. Faire un schéma clair en précisant avec des flèches le sens de chacune des grandeurs.

b) Refaire de même pour une capacité.

26) A l'aide des lois de Kirchhoff écrire la relation entre $u(z,t)$, $u(z+dz,t)$ et $\lambda dz \dfrac{\partial i(z,t)}{\partial t}$ notée (1) et la relation entre $i(z,t)$, $i(z+dz,t)$ et $\Gamma dz \dfrac{\partial u(z,t)}{\partial t}$ notée (2). On se limitera aux infiniment petits du premier ordre en dz.

27) En déduire des relations (1) et (2) que chacune des grandeurs $u(z,t)$ et $i(z,t)$ vérifie l'équation d'onde dite de D'Alembert $\dfrac{\partial^2 f(z,t)}{\partial z^2} - \lambda\Gamma \dfrac{\partial^2 f(z,t)}{\partial t^2} = 0$.

28) Exprimer, en fonction de λ et Γ, la vitesse de phase ou de propagation dans la ligne.

29) Sur un oscilloscope, supposé parfait, on visualise les tensions entre l'âme et la gaine aux deux extrémités du câble. L'oscillogramme obtenu, avec une base de temps de 0,5 µs/div, est représenté sur la figure 9.

Calculer la vitesse de phase.

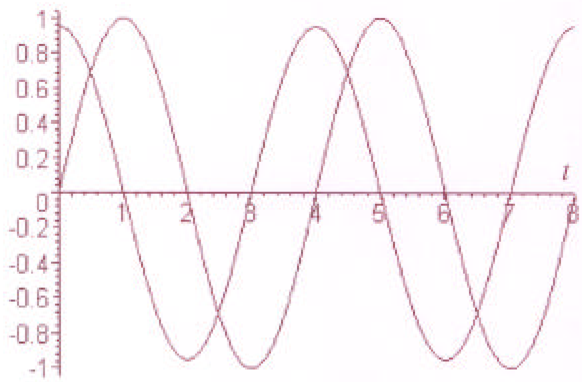


Figure 9

30) **a)** Rappeler les équations de Maxwell dans le polyéthylène considéré comme un milieu homogène, linéaire, isotrope et isolant ayant les mêmes propriétés magnétiques que le vide.

b) En déduire l'équation d'onde vérifiée par $\vec{B}$ et la vitesse de propagation en fonction de μ_0 et ε. Calculer sa valeur numérique.

c) Comparer le résultat avec celui de la question **29)**. Commenter.

Exercice.

On se propose d'étudier la réflexion et la réfraction de deux ondes planes conformément aux deux cas de figure ci-dessous, sur la surface de séparation plane de deux milieux isotropes d'indices n_1 et n_2, de même perméabilité magnétique μ_0 .

$O.I$: onde incidente $O.R$: onde réfléchie $O.T$: onde transmise.

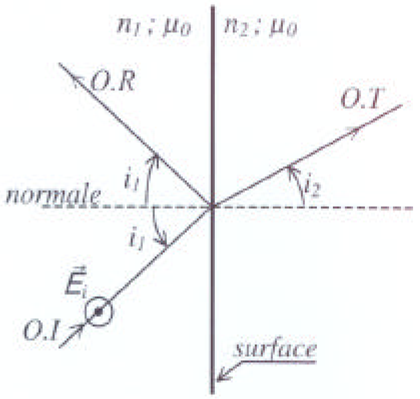


Figure 1

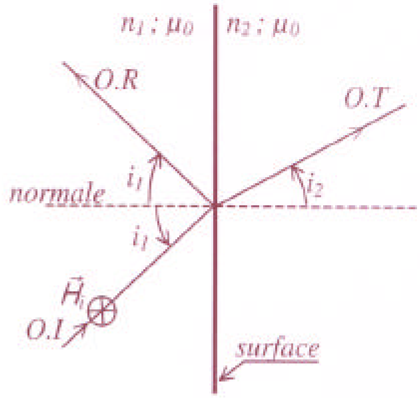


Figure 2

On prendra comme hypothèse qu'à l'incidence normale les trois champs $\vec{E}_i$, $\vec{E}_r$ et $\vec{E}_t$ ont le même sens.

1) En justifiant votre réponse, compléter les figures 1 et 2 en y ajoutant les directions et sens des champs incidents, réfléchis et transmis.

2) On rappelle que les coefficients de réflexion et de transmission, en amplitude du champ électrique, sont donnés respectivement par :

$$r = \frac{amplitude \ \ O.R}{amplitude \ \ O.I} \quad \text{et} \quad t = \frac{amplitude \ \ O.T}{amplitude \ \ O.I}$$

Calculer r et t, dans le cas de la figure 2, en fonction des angles i_1 et i_2.

Pour quelle valeur de i_1 le coefficient $r = 0$? Qu'appelle-t-on cet angle ?