الجداء السلمي لمتجهتين :

➢ $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC} = AB\ AC\ \cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$

➢ $\vec{u}\bullet\vec{v} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)$

خاصيات :

$\vec{u}\bullet\vec{v} = \vec{v}\bullet\vec{u}$ و $\vec{u}\bullet\left(\vec{v}+\vec{w}\right) = \vec{u}\bullet\vec{v}+\vec{u}\bullet\vec{w}$

$\vec{u}\bullet\left(k\vec{v}\right) = k\,\vec{u}\bullet\vec{v}$ و $\left(k\vec{u}\right)\bullet\vec{v} = k\,\vec{u}\bullet\vec{v}$

➢ الجداء $\vec{u}\bullet\vec{u}$ يسمى مربع سلمي ويكتب $\vec{u}^2$

➢ العدد $\sqrt{\vec{u}^2}$ يسمى منظم المتجهة $\vec{u}$ ويكتب

$\|\vec{u}\| = \sqrt{\vec{u}^2}$

➢ $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدتين $\Leftrightarrow$ $\vec{u}\bullet\vec{v} = 0$

خاصيات المنظم :

$\|k\vec{u}\| = |k|\,\|\vec{u}\|$ و $\|\vec{u}+\vec{v}\| \le \|\vec{u}\|+\|\vec{v}\|$

$\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + 2\vec{u}\bullet\vec{v} + \|\vec{v}\|^2$

$\|\vec{u}-\vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 - 2\vec{u}\bullet\vec{v} + \|\vec{v}\|^2$

$\|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2 = \left(\vec{u}+\vec{v}\right)\bullet\left(\vec{u}-\vec{v}\right)$

متفاوتة كوشي شوارز:

$\left|\vec{u}\bullet\vec{v}\right| \le \|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|$ لكل متجهتين $\vec{u}$, $\vec{v}$

تحليلية الجداء السلمي :

$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلم متعامد ممنظم و $\vec{u}\left(a,b\right)$ و $\vec{v}\left(c,d\right)$

$\vec{u}\bullet\vec{v} = ac+bd$ و $\|\vec{u}\| = \sqrt{a^2+b^2}$

صيغة cos و sin

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير منعدمتين :

$\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right) = \dfrac{\vec{u}\bullet\vec{v}}{\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|}$ و $\sin\left(\vec{u},\vec{v}\right) = \dfrac{\det\left(\vec{u},\vec{v}\right)}{\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|}$

التمرين الأول :

أحسب الجداء السلمي $\vec{u}\bullet\vec{v}$ في الحالات التالية :

① $\|\vec{u}\| = 2$ و $\|\vec{v}\| = 3$ و $\overline{\left(\vec{u},\vec{v}\right)} = \dfrac{\pi}{6}$

② $\|\vec{u}\| = \sqrt{8}$ و $\|\vec{v}\| = 6$ و $\overline{\left(\vec{u},\vec{v}\right)} = \dfrac{\pi}{4}$

③ $\|\vec{u}\| = 12$ و $\|\vec{v}\| = 10$ و $\overline{\left(\vec{u},\vec{v}\right)} = \dfrac{\pi}{3}$

نعتبر في ما يلي المسوى منسوب لمعلم متعامد ممنظم

التمرين الثاني:

أحسب الجداء السلمي $\vec{u}\bullet\vec{v}$ في الحالات التالية:

❶ $\vec{u}\left(3,-2\right)$ و $\vec{v}\left(2,-5\right)$

❷ $\vec{u}\left(2-\sqrt{3},1\right)$ و $\vec{v}\left(\sqrt{3}+1,2\sqrt{3}\right)$

❸ $\vec{u} = 2\vec{i}-9\vec{j}$ و $\vec{v} = \vec{i}+4\vec{j}$

التمرين الثالث:

حدد قيمة m كي تكون $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدتين :

⇦ $\vec{u}\left(3,m-1\right)$ و $\vec{v}\left(2m+1,-2\right)$

⇦ $\vec{u}\left(m+3,-1\right)$ و $\vec{v}\left(m-1,5\right)$

⇦ $\vec{u} = (2m+1)\vec{i}+(m-2)\vec{j}$ و $\vec{v} = (m+2)\vec{i}-(m-1)\vec{j}$

التمرين الرابع:

أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ في الحالات التالية :

☜ $A\left(4,-2\right)$; $B\left(2,3\right)$; $C\left(-5,1\right)$

☜ $A\left(1,3\right)$; $B\left(-3,2\right)$; $C\left(2,1\right)$

☜ $A\left(2+\sqrt{2},4\right)$; $B\left(3,-2\sqrt{2}\right)$; $C\left(\sqrt{2}-1,2\right)$

التمرين الخامس:

أحسب منظم المتجهة $\vec{u}$ في الحالات التالية :

☺ $\vec{u}\left(-3,4\right)$ ☺ $\vec{u}\left(2,-4\right)$

☺ $\vec{u} = \sqrt{2}\,\vec{i}-6\vec{j}$ ☺ $\vec{u}\left(\sqrt{3}-2,2\sqrt{3}+1\right)$

التمرين السادس:

1) نعتبر النقط $A\left(2,\sqrt{3}\right)$; $B\left(-1,2\sqrt{3}\right)$; $C\left(0,\sqrt{3}\right)$

أ- أحسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ والمسافتين AB ; AC

ب- أحسب $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ و $\sin\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$

2) نعتبر النقط $A\left(-1,1\right)$; $B\left(1,\dfrac{-1}{2}\right)$; $C\left(\dfrac{-1}{3},\dfrac{-11}{3}\right)$

أ- أحسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ والمسافتين AB ; AC

ب- أحسب $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ و $\sin\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$

ج- استنتج قياس الزاوية $\overline{\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)}$

3) نعتبر النقط $B\left(6,1\right)$; $A\left(3,5\right)$; $E\left(-1,2\right)$

أ- أحسب $\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EB}$ والمسافتين EA ; EB

ب- أحسب $\cos\left(\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EB}\right)$ و $\sin\left(\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EB}\right)$

ج- استنتج قياس الزاوية $\overline{\left(\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EB}\right)}$

التمرين السابع:

حدد متجهة منظمية للمستقيم (D) في الحالات التالية :

⌛ $(D) : 2x-3y+5=0$

⌛ $(D) : x\sqrt{2}+y-3\sqrt{3}=0$

⌛ (D) مار من $A\left(2,5\right)$ وموجه بالمتجهة $\vec{u}\left(3,-1\right)$

⌛ (D) مار من النقطتين $A\left(-1,2\right)$; $B\left(3,5\right)$

⌛ (D) تمثيله البارامتري : $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x = 2-3t \\ y = -1+2t \end{cases}$