الأول:

نضع $f(x)=\sqrt{3}\sin 4x-8\sin^2 x\cos^2 x$

① حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $2\cos X-1=0$

② أ- بين أن $f(x)=2\cos\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)-1$

ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$

ج- حل في المجال $\left[\frac{-\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$ المتراجحة $f(x)\le 0$

الثاني:

نضع $g(x)=\sin 2x+\sqrt{6}\sin x-\sqrt{2}\cos x-2\sqrt{3}\sin^2 x$

1) بين أن $\sin 2x-2\sqrt{3}\sin^2 x=2\sin x\left(\cos x-\sqrt{3}\sin x\right)$

2) حدد العددين a , α بحيث

$$\cos x-\sqrt{3}\sin x=a\cos(x+\alpha)$$

3) بين أن $g(x)=2\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\left(2\sin x-\sqrt{2}\right)$

4) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=0$

5) حل في المجال $\left]\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ المتراجحة $g(x)\ge 0$

الثالث:

نعتبر التعبير $h(x)=\cos 3x+2\cos x\sin 2x-3\sin x$

❶ أ- بين أن $\cos 3x=\cos x\left(4\cos^2 x-3\right)$

ب- بين أن $h(x)=(\cos x+\sin x)\left(4\cos^2 x-3\right)$

❷ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $h(x)=0$

❸ أ- أكتب $\cos x+\sin x$ على شكل $a\sin(x+\beta)$

ب- حل في المجال $[0,\pi]$ المتراجحة $h(x)<0$

الرابع:

نضع $A(x)=\cos 2x-3\cos x+2$

$B(x)=\sqrt{3}\sin 2x-3\cos x$

1) أ- بين أن $A(x)-B(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+2$

ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $A(x)=B(x)$

2) أ- بين أن $A(x)=(\cos x-1)(2\cos x-1)$

ب- بين أن $B(x)=\sqrt{3}\cos x\left(2\sin x-\sqrt{3}\right)$

3) حل في المجال $]-\pi,\pi[$ المتراجحة $A(x)B(x)\ge 0$

الخامس:

نضع $F(x)=\cos^4 x-\sin^4 x+\sin 2x-\sqrt{2}\sin 4x$

① أ- بين أن $\cos^4 x-\sin^4 x=\cos 2x$

ب- بين أن $F(x)=\sqrt{2}\left[\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)-\sin 4x\right]$

② حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $F(x)=0$

③ أ- بين أن $F(x)=2\sqrt{2}\sin^2\left(x-\frac{\pi}{8}\right)\left(1+2\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

ب- حل في المجال $[0,\pi]$ المتراجحة $F(x)\ge 0$

السادس:

نضع $A(x)=\cos 5x+\cos x$

$B(x)=\cos 5x-\cos x$

- أكتب $A(x)$; $B(x)$ على شكل جداء
- أحسب $A\left(\frac{\pi}{12}\right)$; $B\left(\frac{\pi}{12}\right)$
- تحقق أن $\cos\frac{5\pi}{12}=\sin\frac{\pi}{12}$
- استنتج أن

$$\sin\frac{\pi}{12}+\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\sin\frac{\pi}{12}-\cos\frac{\pi}{12}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

وحدد قيمتي $\cos\frac{\pi}{12}$; $\sin\frac{\pi}{12}$

السابع:

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ والمعرفة بما يلي:

$$U_1=\sin\frac{\pi}{3}\ ;\ U_n=U_{n-1}+\sin\frac{n\pi}{3}\quad n\ge 2$$

1) بين أن $U_2=2\sin\frac{2\pi}{6}\sin\frac{3\pi}{6}$

2) بين بالترجع أن $U_n=2\sin\frac{n\pi}{6}\sin\frac{(n+1)\pi}{6}$

3) أحسب U_{1429}

الثامن:

نعتبر المتتالية $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ والمعرفة كما يلي:

$$V_0=\cos x\ ,\ V_{n+1}=V_n\cos\frac{x}{2^{n+1}}\quad \text{حيث } x\in\mathbb{R}$$

1) بين أن $V_1=\frac{\sin 2x}{2^2\sin\frac{x}{2}}$

2) بين بالترجع أن $V_n=\frac{\sin 2x}{2^{n+1}\sin\frac{x}{2^n}}$

3) استنتج تبسيطا لما يلي:

$$A=\left(1+\tan^2 x\right)\left(1+\tan^2\frac{x}{2}\right)....\left(1+\tan^2\frac{x}{2^n}\right)$$

$$B=\left(1-\tan^2 x\right)\left(1-\tan^2\frac{x}{2}\right)....\left(1-\tan^2\frac{x}{2^n}\right)$$