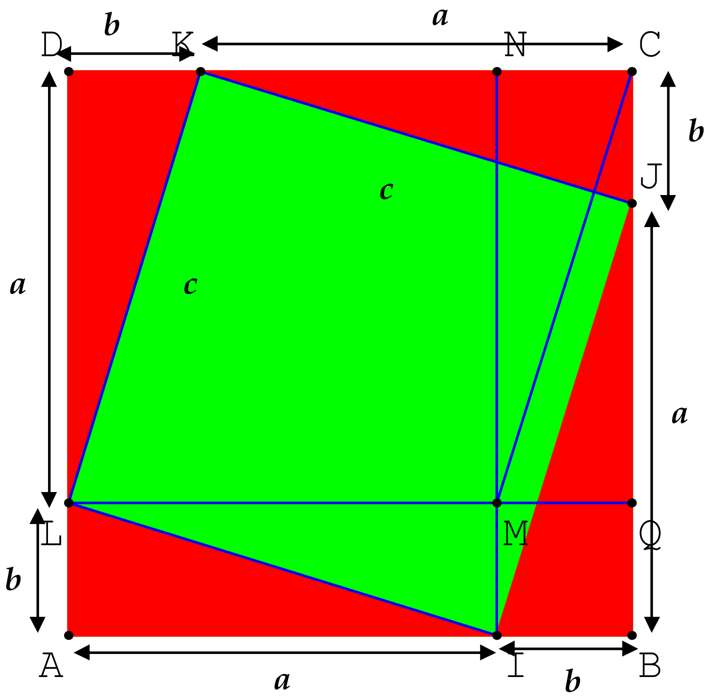
THEOREME DE PYTHAGORE

1) Activité préparatoire



ABCD est un carré.
On découpe à chaque « coin », un triangle de mêmes dimensions :
AI = BJ = CK = DL = a et
AL = IB = JC = KD = b.
Alors, en vert, on a un carré de côté IL = IJ = JK = KL = c.

L'aire du carré IJKL est égale à l'aire du carré ABCD moins l'aire des 4 triangles rouges.
L'aire du carré ABCD est $(a + b)^2$.
L'aire d'un triangle rouge est : $\dfrac{Base \times Hauteur}{2} = \dfrac{a \times b}{2}$.
L'aire du carré IJKL est donc :

$(a+b)^2 - 4 \times \dfrac{a \times b}{2} = c^2$.

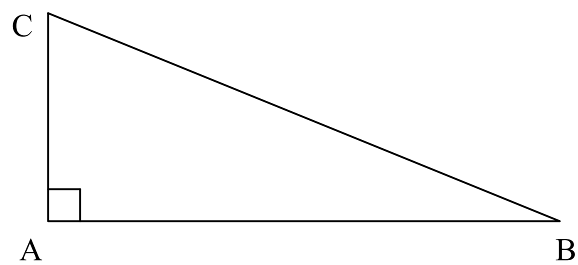
$(a+b)(a+b) - 2 \times ab = c^2$.

On développe et on obtient
$a^2 + b^2 + 2\times ab - 2\times ab = c^2$

D'où : $\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$

2) Théorème de Pythagore :

<u>Théorème</u> : Dans un triangle ABC rectangle en A, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des 2 autres côtés. $AB^2 + AC^2 = BC^2$.



<u>Exemple n°1</u> : ABC est un triangle rectangle en B tel que AB = 4 *cm* et BC = 3 *cm*.
Calculer AC.

($AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 = 5^2$. Donc AC = 5 *cm*)

<u>Exemple n°2</u> : ABC est un triangle rectangle en C tel que AB = 7 *cm* et AC = 4 *cm*.
Calculer BC.

($BC^2 = AB^2 - AC^2 = 7^2 - 4^2 = 49 - 16 = 33$. Donc $BC = \sqrt{33} \approx 5{,}7$).

3) <u>Réciproque du théorème de Pythagore</u> :

<u>Théorème</u> : ABC est un triangle tel que $BC^2 = AB^2 + AC^2$,
alors ABC est un triangle rectangle en A.

<u>Exemple 1</u> : AB = 5 ; AC = 13 ; BC = 12, en *cm*.
$AB^2 + BC^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$; $AC^2 = 13^2 = 169$.
Donc $AB^2 + BC^2 = AC^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore,
ABC est un triangle rectangle en B.

<u>Exemple 2</u> : AB = 3,5 ; AC = 3,5 ; BC = 5, en *cm*.
$AB^2 + AC^2 = 3{,}5^2 + 3{,}5^2 = 12{,}25 + 12{,}25 = 24{,}5$; $BC^2 = 5^2 = 25$.
Donc $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$.
Si ABC était rectangle, en A, d'après le théorème de Pythagore,
on aurait $AB^2 + AC^2 = BC^2$.C'est faux.
Donc ABC n'est pas rectangle en A.